Міністерство освіти і науки України Інститут фізичної оптики імені О.Г. Влоха

> Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису

Адаменко Дмитро Ігорович

УДК 535.551, 539.22, 620.192.63

ДИСЕРТАЦІЯ

Оптична активність та її вплив на акустооптичну взаємодію в фероїчних кристалах

01.04.05 – Оптика, лазерна фізика

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_Д.І. Адаменко 41

Львів – 2023

АНОТАЦІЯ

Адаменко Д.І. Оптична активність та її вплив на акустооптичну взаємодію в фероїчних кристалах. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.05 "Оптика, лазерна фізика". – Інститут фізичної оптики імені О.Г. Влоха Міністерства освіти і науки України, Львів, 2023.

Дисертацію з'ясуванню механізмів присвячено основних та закономірностей виникнення прояву ефектів оптичної та активності акустооптичних середовищ в аспекті їхнього впливу на акустооптичну взаємодію в цих середовищах. З цією метою у ній було розглянуто оптичну активність та її температурну поведінку в сегнетоелектричних кристалах; досліджено магніто-індуковану оптичну активність та температурну поведінку анізотропії в лужно-боратних і халькогенідних сполуках; розглянуто різні типи акустооптичної взаємодії з врахуванням неортогональності акустичних власних хвиль та еліптичності оптичних власних хвиль; проаналізовано різні типи акустооптичної взаємодії за участю циркулярно-поляризованих оптичних власних хвиль в оптично активних кристалах.

В процесі дисертаційного дослідження було отримано наступні результати, що мають наукову новизну:

1. На прикладі кристалів $Pb_5Ge_3O_{11}$ та α -SiO₂ показано, що наявність оптичної активності суттєво підвищує коефіцієнт акустооптичної якості за рахунок ненульової еліптичності взаємодіючих оптичних власних хвиль. Встановлено, що таке підвищення відбувається за рахунок того, що еліптичність оптичних власних хвиль наближається до одиниці поблизу оптичної осі, а в співвідношення для ефективного пружнооптичного коефіцієнта можуть включатися додаткові компоненти пружнооптичного тензора.

2. На прикладі кристалів KH₂PO₄, які не володіють природною оптичною активністю при поширенні оптичних оптичної ХВИЛЬ вздовж oci. продемонстровано, що індукована зовнішнім магнітним полем фарадеївська еліптичність оптичних власних хвиль призводить до суттєвого зростання коефіцієнта акустооптичної якості, що, у свою чергу, свідчить про принципову можливість керування ефективністю акустооптичної дифракції за допомогою зовнішнього магнітного поля. При цьому робочі значення напруженості зовнішнього магнітного поля залежать від величини ефективного коефіцієнта Фарадея відповідного акустооптичного середовища для певної визначеної геометрії акустооптичної дифракції.

3. Запропоновано параметрів метод визначення розмитих поділі сегнетоелектричних фазових переходів, який базується на нескінченно досліджуваного зразка на велику кількість однорідних елементарних комірок, в кожній з яких фазовий перехід є нерозмитим та характеризується певною локальною температурою Кюрі; гауссівському розподілі локальних температур Кюрі в межах досліджуваного зразка; описі температурної поведінки термодинамічних параметрів при фазових переходах другого роду в рамках теорії Ландау. Метод передбачає інтерполяцію експериментальної температурної залежності оптичної активності, оберненої проникності або оберненого коефіцієнта діелектричної лінійного електрогіраційного ефекту середнім по ансамблю відповідних локальних температурних залежностей. Метод апробований на прикладі кристалів сімейства германату свинцю.

4. Експериментально досліджено фарадеївську оптичну активність в халькогенідних кристалах Tl₃AsS₄, AgGaGeS₄, AgGaGe₃Se₈, халькогенідних твердих розчинах TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) та лужно-боратних стеклах LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀, LiCsB₆O₁₀.

5. Показано, що за наявності лише циркулярного двозаломлення в оптично активних кристалах акустооптична дифракція проявляється у взаємодії між власними циркулярно-поляризованими оптичними хвилями. На прикладі

оптично активних кристалів AgGaS₂ для довжини хвилі ізотропної точки 497,4 нм встановлено, що наявність циркулярного двозаломлення призводить до двох типів акустооптичної дифракції – а саме, ізотропної акустооптичної дифракції за участю циркулярно-поляризованих оптичних власних хвиль з однаковими знаками обертань їхніх векторів напруженості електричного поля та анізотропної акустооптичної дифракції, для якої ці знаки є протилежними. Ha анізотропії швидкостей основі аналізу акустичних ХВИЛЬ та пружнооптичних експериментальних досліджень коефіцієнтів кристалів AgGaS₂ визначено кути зносу та неортогональності власних акустичних хвиль, а також кутову залежність коефіцієнта акустооптичної якості для випадку колінеарної акустооптичної взаємодії циркулярно-поляризованими 3 оптичними власними хвилями на довжині хвилі ізотропної точки.

6. Отримано аналітичні вирази для деформацій, спричинених акустичними хвилями, з врахуванням неортогональності їх поляризації. На основі аналізу впливу неортогональності поляризацій власних акустичних хвиль на анізотропію коефіцієнта акустооптичної якості для ізотропних акустооптичних взаємодій, що відбуваються в головних кристалографічних площинах кристалів Tl_3AsS_4 , $Li_2B_4O_7$ та α -TeO₂, показано, що набір компонент пружнооптичного тензора, який визначає ефективний пружнооптичний коефіцієнт, не змінюється при врахуванні або нехтуванні неортогональністю акустичних хвиль для цих кристалів, а також кристалів, які характеризуються тензорами жорсткості та пружнооптичними тензорами з аналогічною структурою. Встановлено, що за цих умов при врахуванні або нехтуванні неортогональністю поляризацій акустичних хвиль змінюється співвідношення між компонентами пружнооптичного тензора, які формують ефективний пружнооптичний коефіцієнт.

7. Експериментально досліджено швидкості акустичних хвиль в кристалах TlInSe₂ та γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃, що дозволило визначити всі компоненти тензорів жорсткості та пружної податливості, кути зносу та неортогональності власних акустичних хвиль, а також оцінити коефіцієнт акустооптичної якості

для випадку ізотропної акустооптичної взаємодії.

8. З використанням експериментально отриманих поляриметричних двомірних карт розподілу приростів кута орієнтації оптичної індикатриси та оптичної різниці фаз для різних температур показано, що політипна структура акустооптичних халькогенідних твердих розчинів $TlIn(S_{1-x}Se_x)_2$ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) проявляється в неоднорідному розподілі параметрів оптичної анізотропії.

При цьому практичне значення отриманих результатів полягає в наступному:

1. Продемонстровано принципову можливість керування ефективністю акустооптичної дифракції за допомогою зовнішнього магнітного поля.

2. Отримані оптимальні геометрії акустооптичних взаємодій можуть бути рекомендовані як робочі геометрії для відповідних акустооптичних пристроїв.

3. Використаний метод визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних фазових переходів має помітні практичні переваги перед іншими методами розрахунку температури Кюрі та критичного індексу параметра порядку з огляду на його обґрунтованість, непотрібність побудови додаткових температурних залежностей, об'єктивність вихідних параметрів та можливість визначення області розмиття сегнетоелектричних фазових переходів.

4. Отримані значення ефективних коефіцієнтів Фарадея халькогенідних кристалів Tl₃AsS₄ й AgGaGe₃Se₈ та халькогенідних твердих розчинів TlIn(S₁₋ $_x$ Se_x)₂ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) дозволяють віднести їх до одних з найкращих магнітно-невпорядкованих матеріалів для магнітооптичних застосувань.

Ключові слова: оптична активність, електрогірація, ефект Фарадея, термічне розширення, акустооптична взаємодія, коефіцієнт акустооптичної якості, ефективний пружнооптичний коефіцієнт, анізотропія, неортогональність, еліптичність оптичних власних хвиль, фероїки, лужноборатні стекла, фазові переходи, параметр порядку.

SUMMARY

Adamenko D.I. Optical activity and its influence on acousto-optic interaction in ferroic crystals. – Manuscript.

The thesis for a doctor of physical-mathematical science degree in specialty 01.04.05 "Optics, laser physics". – O.G. Vlokh Institute of Physical Optics of the Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2023.

The dissertation is devoted to elucidating the mechanisms and basic laws of the emergence and manifestation of the effects of optical gyrotropy of acousto-optic environments in terms of their influence on the acousto-optic interaction in these environments.

For this purpose, it considered the optical activity and its temperature behavior in ferroelectric crystals; were investigated the magnetically induced optical gyrotropy and temperature behavior of anisotropy in alkaline-borate and chalcogenide compounds; considered the various types of acousto-optic interaction, taking into account the non-orthogonality of acoustic eigenwaves and the ellipticity of optical eigenwaves; analyzed different types of acousto-optic interaction involving circularly polarized optical eigenwaves in optically active crystals.

In the process of the dissertation research, the following results, which have scientific novelty, were obtained:

1. In the example of $Pb_5Ge_3O_{11}$ and α -SiO₂ crystals, it is shown that the presence of optical activity significantly increases the acousto-optic figure of merit due to the non-zero ellipticity of the interacting optical eigenwaves. It was established that such an increase occurs due to the fact that the ellipticity of optical eigenwaves approaches unity near the optical axis, and the relationship for efficient elasto-optic coefficient may include additional components of the elasto-optic tensor.

2. Using the example of KH_2PO_4 crystals, which do not possess natural optical activity when optical waves propagate along the optical axis, it was demonstrated that

the Faraday ellipticity of optical eigenwaves induced by an external magnetic field leads to a significant increase in the acousto-optic figure of merit, which, in turn, indicates the fundamental possibility of controlling the efficiency of acousto-optic diffraction with the help of an external magnetic field. At the same time, the working values of the intensity of the external magnetic field depend on the value of the effective Faraday coefficient of the corresponding acousto-optic medium for a certain defined geometry of acousto-optic diffraction.

3. A method for determining the parameters of diffuse ferroelectric phase transitions is proposed, which is based on the division of the studied sample into an infinitely large number of homogeneous elementary cells, in each of which the phase transition is not diffused and is characterized by a certain local Curie temperature; the Gaussian distribution of local Curie temperatures within the studied sample; description of the temperature behavior of thermodynamic parameters during second order phase transitions within the Landau theory. The method involves the interpolation of the experimental temperature dependence of the optical activity, the inverse dielectric permittivity, or the inverse coefficient of the linear electrogyration effect by the average of the ensemble of the corresponding local temperature dependences. The method was tested on the example of crystals of the lead germanate family.

4. Faraday optical activity in Tl₃AsS₄, AgGaGeS₄, AgGaGe₃Se₈ chalcogenide crystals, TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ (x = 0; 0.02; 0.06; 0.10; 0.15; 0.25) chalcogenide solid solutions and LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀, LiCsB₆O₁₀ alkaline-borate glasses was experimentally investigated.

5. It is shown that in the presence of only circular birefringence in optically active acousto-optic crystals, diffraction manifests in the interaction between eigen circularly polarized waves. In the example of gyrotropic $AgGaS_2$ crystals for the wavelength of an isotropic point 497.4 nm, it was established that the presence of circular birefringence leads to two types of acousto-optic diffraction, namely, isotropic acousto-optic diffraction involving circularly polarized optical eigenwaves with the same signs of rotation of their electric field strength vectors and anisotropic

acousto-optic diffraction, for which these signs are opposite. Based on the analysis of the anisotropy of acoustic waves velocities and experimental studies of the elasto-optic coefficients of $AgGaS_2$ crystals, the obliquity angles and non-orthogonality of acoustic eigenwaves, as well as the angular dependence of acousto-optic figure of merit for the case of collinear acousto-optic interaction with circularly polarized optical eigenwaves at the wavelength of the isotropic point, were determined.

6. Analytical expressions for the deformations caused by acoustic waves, taking into account the non-orthogonality of their polarization, were obtained. Based on the analysis of the influence of the non-orthogonality of the polarizations of acoustic eigenwaves on the anisotropy of acousto-optic figure of merit for isotropic acousto-optic interactions occurring in the principle crystallographic planes of Tl_3AsS_4 , $Li_2B_4O_7$ and α -TeO₂ crystals, it is shown that the set of components of the elasto-optic tensor, which determines the efficient elasto-optic coefficient, does not change when taking into account or neglecting the non-orthogonality for these crystals, as well as crystals characterized by elastic stiffness tensors and elasto-optic tensors with a similar structure. It was found that under these conditions, taking into account or neglecting the non-orthogonality of the acoustic waves, the ratio between the components of the elasto-optic tensor, which form the efficient elasto-optic coefficient, changes.

7. The velocities of acoustic waves in TlInSe₂ and γ_1 -(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃ crystals were experimentally investigated, which made it possible to determine all the components of the stiffness and elastic compliance tensors, the obliquity angles and non-orthogonality of acoustic eigenwaves, and also estimate the acousto-optic figure of merit for the case of isotropic acousto-optic interaction.

8. Using experimentally obtained polarimetric two-dimensional maps of the distribution of increases in the orientation angle of the optical indicatrix and the optical phase difference for different temperatures, it is shown that the polytype structure of $TIIn(S_{1-x}Se_x)_2$ (x = 0; 0.02; 0.06; 0.10; 0.15; 0.25) acousto-optical chalcogenide solid solutions is manifested in the inhomogeneous distribution of optical anisotropy parameters.

At the same time, the practical significance of the obtained results is as follows:

1. The fundamental possibility of controlling the efficiency of acousto-optic diffraction using an external magnetic field is demonstrated.

2. The obtained optimal geometries of acousto-optic interactions can be recommended as working geometries for the corresponding acousto-optic devices.

3. The used method of determining the parameters of diffuse ferroelectric phase transitions has noticeable practical advantages over other methods of calculating the Curie temperature and the critical index of the order parameter in view of its validity, the needlessness of constructing additional temperature dependencies, the objectivity of the initial parameters and the possibility of determining the diffusion area of ferroelectric phase transitions.

4. The obtained values of the effective Faraday coefficients of Tl_3AsS_4 and $AgGaGe_3Se_8$ chalcogenide crystals and $TlIn(S_{1-x}Se_x)_2$ (x = 0; 0.02; 0.06; 0.10; 0.15; 0.25) chalcogenide solid solutions make it possible to classify them as one of the best magnetically disordered materials for magneto-optical applications.

Keywords: optical activity, electrogyration, Faraday effect, thermal expansion, acousto-optic interactions, acousto-optic figure of merit, effective elasto-optic coefficient, anisotropy, non-orthogonality, ellipticity of optical eigenwaves, ferroics, alkaline-borate glasses, phase transitions, order parameter.

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації

1. Y. Shopa, D. Adamenko, R. Vlokh, and O. Vlokh, "Electrogyration effect in lead germanate crystal family. 1. Electrogyration in the solid solutions based on lead germanate crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 8, pp. 197-208, 2007 (Особистий внесок: обробка результатів експериментальних досліджень; участь у написанні статті).

2. Y. Shopa, O. Kushnir, D. Adamenko, R. Shopa, V. Dzyubanski, R. Vlokh, and O. Vlokh, "Electrogyration effect in lead germanate crystal family. 2. The case of

crystals doped with Li, Eu, La, Nd and (Li, Bi)," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 10, pp. 71-81, 2009 (Особистий внесок: обробка результатів експериментальних досліджень; участь у написанні статті).

3. D. Adamenko, I. Klymiv, Y. Vasylkiv, and R. Vlokh, "Optical activity and critical exponent of the order parameter in lead germanate crystals. 1. The case of diffused phase transition in Pb₅Ge₃O₁₁ doped with Cu, Ba and Si ions," Ukr. J. Phys. Opt., vol. 10, 182-193, 2009 (Особистий pp. внесок: проведення поляриметричних досліджень кристалів германату свинцю, легованих Си; розробка методики визначення параметрів розмитих фазових переходів; обробка результатів експериментальних досліджень, участь у написанні статті).

4. D. Adamenko, I. Klymiv, Y. Vasylkiv, V. Duda, A. Ermakov, and R. Vlokh, "Optical activity and critical exponent of the order parameter in lead germanate crystals. 2. Electrogyration and dielectric properties of $Pb_5Ge_3O_{11}:Cu^{2+}$," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 10, pp. 194-200, 2009 (Особистий внесок: проведення поляриметричних досліджень кристалів германату свинцю, легованих Cu; обробка результатів експериментальних досліджень, написання статті).

5. D. Adamenko, "Dispersion of optical activity and absorption in Pb₅Ge₃O₁₁:Cu²⁺ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 11, pp. 114-118, 2010.

6. D. Adamenko and R. Vlokh, "Critical exponents of the order parameter of diffuse ferroelectric phase transitions in the solid solutions based on lead germanate: studies of optical rotation," *Condens. Matter Phys.*, vol. 25, p. 43703, 2022 (Особистий внесок: розробка методики визначення параметрів розмитих фазових переходів; обробка результатів експериментальних досліджень, написання статті).

7. I. Martynyuk-Lototska, O. Mys, A. Say, I. Trach, D. Adamenko, O. Gomonnai, I. Roman, and R. Vlokh, "Anisotropy of acoustic and thermal expansion properties of TlInSe₂ crystals," *Phase Transit.*, vol. 92, pp. 23-35, 2019 (Особистий внесок: участь у проведенні експериментальних досліджень; участь у обробці результатів експериментальних досліджень; участь у написанні статті).

8. A. Say, D. Adamenko, O. Gomonnai, I. Roman, I. Martynyuk-Lototska, and R. Vlokh, "Anisotropy of thermal expansion of TlGaSe₂ crystals," *Phase Transit.*, vol. 92, 824-830, 2019 (Особистий внесок: участь проведенні pp. У досліджень: обробці результатів експериментальних участь V експериментальних досліджень; участь у написанні статті).

9. D. Adamenko, A. Pogodin, Y. Vasylkiv, I. Martynyuk-Lototska, and R. Vlokh, "Manifestations of the polytype structure of β -TlInS₂ crystals in their optical anisotropy parameters," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 20, pp. 151-158, 2019 (Особистий внесок: проведення експериментальних досліджень; обробка результатів експериментальних досліджень; участь у написанні статті).

10. A. Say, I. Martynyuk-Lototska, D. Adamenko, A. Pogodin, O. Kokhan, and R. Vlokh, "Thermal expansion anisotropy of β -TlInS₂ crystals in the course of phase transitions," *Phase Transit.*, vol. 91, pp. 1-8, 2018 (Особистий внесок: участь у проведенні експериментальних досліджень; участь у обробці результатів експериментальних досліджень; участь у написанні статті).

11. D. Adamenko, A. Say, I. Martynyuk-Lototska, O. Mys, M. Kostyrko, O. Gommonai, and R. Vlokh, "(x,T)-phase diagram of TlIn $(S_{1-x}Se_x)_2$ solid solutions (x = 0, 0.02, 0.06, 0.10, 0.15 and 0.25)," *Phase Transit.*, vol. 93, pp. 935-944, 2020 (Особистий внесок: проведення поляриметричних досліджень та обробка їх результатів; участь у проведенні дилатометричних досліджень та обробці їх результатів; участь у написанні статті).

12. А. Say, I. Martynyuk-Lototska, O. Mys, D. Adamenko, M. Kostyrko, O. Gommonai, and R. Vlokh, "Temperature dependences of optical indicatrix and thermal expansion parameters of $TIIn(S_{1-x}Se_x)_2$ solid solutions (x = 0, 0.02 and 0.06)," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 21, pp. 57-64, 2020 (Особистий внесок: проведення поляриметричних досліджень та обробка їх результатів; участь у проведенні дилатометричних досліджень та обробці їх результатів; участь у написанні статті).

13. D. Adamenko, V. Adamiv, I. Klymiv, and R. Vlokh, "Kerr and Faraday effects in borate glasses," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 12, pp. 1-9, 2011 (Особистий внесок:

проведення експериментальних досліджень; обробка результатів експериментальних досліджень; написання статті).

14. D. Adamenko, M. Kushnirevych, O. Kokhan, and R. Vlokh, "Faraday effect in Tl_3AsS_4 crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 16, pp. 134-137, 2015 (Особистий внесок: проведення експериментальних досліджень; обробка результатів експериментальних досліджень; написання статті).

15. D. Adamenko, O. Parasyuk, and R. Vlokh, "Faraday effect in AgGaGe₃Se₈ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 17, pp. 27-31, 2016 (Особистий внесок: проведення експериментальних досліджень; обробка результатів експериментальних досліджень; написання статті).

16. D. Adamenko, A. Say, O. Parasyuk, I. Martynyuk-Lototska, and R. Vlokh, "Magnetooptic rotation and thermal expansion of AgGaGeS₄ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 17, pp. 105-111, 2016 (Особистий внесок: проведення поляриметричних досліджень та обробка їх результатів; участь у проведенні дилатометричних досліджень та обробці їх результатів; участь у написанні статті).

17. D. Adamenko, Y. Vasylkiv, A. Pogodin, O. Kokhan, and R. Vlokh, "Faraday effect in TlInS₂ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 18, pp. 197-200, 2017 (Особистий внесок: проведення експериментальних досліджень; обробка результатів експериментальних досліджень; написання статті).

18. D. Adamenko, O. Krupych, M. Kostyrko, Y. Vasylkiv, O. Gomonnai, A. Gomonnai, and R. Vlokh, "Faraday effect in TlIn($S_{1-x}Se_x$)₂ solid solutions (x = 0, 0.02, 0.06, 0.10, 0.15 and 0.25)," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 21, pp. 178-183, 2020 (Особистий внесок: проведення експериментальних досліджень; обробка результатів експериментальних досліджень; написання статті).

19. O. Krupych, D. Adamenko, and R. Vlokh, "Analytical relations for the strain tensor components caused by acoustic waves with arbitrary wave vector directions in crystals: acousto-optic applications," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 20, pp. 16-22, 2019 (Особистий внесок: участь у проведенні теоретичного аналізу; участь у написанні статті).

20. O. Mys, D. Adamenko, O. Krupych, and R. Vlokh, "Effect of deviation from purely transverse and longitudinal polarization states of acoustic waves on the anisotropy of acoustooptic figure of merit: the case of Tl_3AsS_4 crystals," *Appl. Opt.*, vol. 57, pp. 8320-8330, 2018 (Особистий внесок: участь у проведенні теоретичного аналізу; участь у написанні статті).

21. O. Mys, V. Savaryn, M. Kostyrko, D. Adamenko, O. Krupych, and R. Vlokh, "Anisotropy of acousto-optic figure of merit in tetragonal crystals with accounting for non-orthogonality of acoustic eigenwave polarizations. 2. The cases of $Li_2B_4O_7$ and TeO₂ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 20, pp. 23-36, 2019 (Особистий внесок: участь у проведенні теоретичного аналізу; участь у написанні статті).

22. I. Martynyuk-Lototska, O. Mys, D. Adamenko, M. Kostyrko, S. Bereznyuk, A. Solomon, A. Pogodin, I. Studenyak, and R. Vlokh, "Elastic quasi-isotropy and acousto-optics of γ_1 -(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 23, pp. 1-8, 2022 (Особистий внесок: участь у проведенні експериментальних досліджень; участь у обробці результатів експериментальних досліджень; участь у написанні статті).

23. О. Mys, I. Martynyuk-Lototska, A. Pogodin, T. Dudok, D. Adamenko, O. Krupych, I. Skab, and R. Vlokh, "Acousto-optic interaction between circularly polarized optical eigenwaves: example of $AgGaS_2$ crystals," *Appl. Opt.*, vol. 58, pp. 6012-6018, 2019 (Особистий внесок: участь у проведенні теоретичного аналізу; участь у проведенні експериментальних досліджень; участь у написанні статті).

24. O. Mys, D. Adamenko, I. Skab, and R. Vlokh, "Anisotropy of acousto-optic figure of merit for the collinear diffraction of circularly polarized optical waves at the wavelength of isotropic point in AgGaS₂ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 20, pp. 73-80, 2019 (Особистий внесок: участь у проведенні теоретичного аналізу; участь у написанні статті).

25. O. Mys, D. Adamenko, and R. Vlokh, "Enhancement of acousto-optic diffraction efficiency in SiO_2 crystals due to the ellipticity of eigen optical waves. Isotropic acousto-optic interaction," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 24, pp. 124-133, 2023 (Особистий внесок: участь у проведенні теоретичного аналізу; участь у написанні статті).

26. О. Mys, M. Kostyrko, D. Adamenko, I. Martynyuk-Lototska, I. Skab, and R. Vlokh, "Effect of ellipticity of optical eigenwaves on the enhancement of efficiency of acousto-optic Bragg diffraction. A case of optically active $Pb_5Ge_3O_{11}$ crystals," *AIP Adv.*, vol. 12, p. 055130, 2022 (Особистий внесок: участь у проведенні теоретичного аналізу; участь у проведенні експериментальних досліджень; участь у обробці результатів експериментальних досліджень; участь у написанні статті).

27. O. Mys, D. Adamenko, and R. Vlokh, "Influence of Faraday elliptical birefringence on the acousto-optic diffraction efficiency: a case of isotropic interaction with quasi-longitudinal acoustic waves in KH₂PO₄ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 24, pp. 95-103, 2023 (Особистий внесок: участь у проведенні теоретичного аналізу; участь у написанні статті).

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

1. D. Adamenko, I. Klymiv, and R. Vlokh, "Electro- and magneto-induced optical activity in lead germanate type crystals," in *International Scientific Workshop "Oxide materials for electronic engineering – fabrication, properties and application OMEE-2009", Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine, June 22–26, 2009: book of abstracts and Workshop program, Lviv: Lviv Polytechnic National University, 2009. –* p. 166.

2. A. Say, O. Mys, D. Adamenko, A. Grabar, Yu. Vysochanskii, and R. Vlokh, "Optical properties and phase transition in $Sn_2P_2S_6$ crystals: critical exponents, comparison of optical and dilatometric data," in 2^{nd} Seminar "Properties of Ferroelectric and Superionic Systems", Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, 19–20. X. 2009, Uzhhorod: Uzhhorod National University, 2009. – p. 12.

3. D. Adamenko, A. Pogodin, O. Gomonnai, A. Say, O. Mys, Y. Vasylkiv, I. Martynyuk-Lototska, and R. Vlokh, "Anisotropy of acoustic, thermal expansion and optical properties of β -TlInS₂, TlInSe₂ and TlGaSe₂ crystals," in *VIII International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems"*, *Uzhhorod National*

University, Uzhhorod, Ukraine, October 29–30, 2019: Programme and abstracts, Uzhhorod: Uzhhorod National University, 2019. – p. 24.

4. D. Adamenko, A. Say, I. Martynyuk-Lototska, O. Mys, M. Kostyrko, O. Gomonnai, A. Gomonnai, and R. Vlokh, "(x,T)-phase diagram of TlIn $(S_{1-x}Se_x)_2$ solid solutions (x = 0, 0.02, 0.06, 0.10, 0.15 and 0.25)," in *IX International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems", Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, October 27, 2020: Programme and abstracts*, Uzhhorod: Uzhhorod National University, 2020. – pp. 33-34.

5. O. Mys, M. Kostyrko, I. Orykhivskyi, D. Adamenko, I. Skab, and R. Vlokh, "Enhancement of the efficiency of acousto-optic Bragg diffraction due to optical activity," in *X International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems", Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, October 26–27, 2021: Programme*, Uzhhorod: Uzhhorod National University, 2021. – pp. 44-46.

6. R. Vlokh and D. Adamenko, "Parameters of diffuse ferroelectric phase transitions in the lead germanate-based crystals: studies of optical rotation and dielectric permeability," in *XI International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems", Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, October 28, 2022: Programme and Abstracts*, Uzhhorod: Uzhhorod National University, 2022. – pp. 7-10.

7. O. Mys, I. Martynyuk-Lototska, D. Adamenko, I. Skab, and R. Vlokh, "Acousto-optic interaction between circularly polarized optical eigenwaves in AgGaS₂ crystals," in *XII International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems", Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, April 20,* 2023: Programme and Abstracts, Uzhhorod: Uzhhorod National University, 2023. – pp. 27-29.

8. O. Mys, D. Adamenko, I. Martynyuk-Lototska, and R. Vlokh, "Influence of ellipticity of eigen optical waves on the acousto-optic diffraction efficiency at the Faraday effect and electrogyration, induced by spontaneous polarization," in *XII International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems", Uzhhorod*

National University, Uzhhorod, Ukraine, April 20, 2023: Programme and Abstracts, Uzhhorod: Uzhhorod National University, 2023. – pp. 30-33.

9. O. Mys, D. Adamenko, O. Krupych, and R. Vlokh, "The effect of deviation from purely transverse and longitudinal polarization states of acoustic waves on the anisotropy of acousto-optic figure of merit," in *XII International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems", Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, April 20, 2023: Programme and Abstracts*, Uzhhorod: Uzhhorod National University, 2023. – pp. 34-36.

3MICT

АНОТАЦІЯ2
3MICT
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ19
ВСТУП
РОЗДІЛ 1. ОПТИЧНА АКТИВНІСТЬ ТА ЇЇ ТЕМПЕРАТУРНА
ПОВЕДІНКА В СЕГНЕТОЕЛЕКТРИЧНИХ КРИСТАЛАХ
1.1. Методика експериментальних досліджень оптичної активності
1.2. Методика визначення параметрів розмитих фазових переходів у
кристалах сімейства Pb5Ge3O11 за температурною поведінкою оптичної
активності
1.3. Аналіз оптичної активності в кристалах сімейства Pb5Ge3O1147
1.3.1. Кристали Pb5Ge3O11, леговані Си47
1.3.2. Тверді розчини Pb5(Ge1-xSix)3O11 та (Pb1-xBax)5Ge3O1156
1.3.3. Кристали Pb5Ge3O11, леговані Li, La, Eu, Nd та Ві
Висновки до Розділу 172
РОЗДІЛ 2. МАГНІТО-ІНДУКОВАНА ОПТИЧНА АКТИВНІСТЬ ТА
ТЕМПЕРАТУРНА ПОВЕДІНКА АНІЗОТРОПІЇ В ЛУЖНО-БОРАТНИХ І
ХАЛЬКОГЕНІДНИХ СПОЛУКАХ76
2.1. Ефект Фарадея в лужно-боратних і халькогенідних сполуках
2.1.1. Стекла LiKB4O7, Li2B6O10 та LiCsB6O10 79
2.1.2. Кристали Tl ₃ AsS ₄
2.1.3. Кристали AgGaGe ₃ Se ₈ та AgGaGeS ₄ 88
2.1.4. Тверді розчини ТІІп(S _{1-x} Se _x) ₂ 95
2.2. Аналіз анізотропії термічних, оптичних та акустичних параметрів
халькогенідних сполук TIMX ₂ 101
2.2.1. Кристали TIInSe ₂ 108
2.2.2. Кристали TlGaSe ₂ 114
2.2.3. Тверді розчини TIIn(S _{1-x} Se _x) ₂ 119

18
Висновки до Розділу 2140
РОЗДІЛ З. АКУСТООПТИЧНА ВЗАЄМОДІЯ З ВРАХУВАННЯМ
НЕОРТОГОНАЛЬНОСТІ АКУСТИЧНИХ ВЛАСНИХ ХВИЛЬ 143
3.1. Аналіз деформацій, викликаних акустичними хвилями, в аспекті
акустооптичної взаємодії143
3.2. Вплив неортогональності акустичних хвиль на ефективність
акустооптичної дифракції154
3.2.1. Кристали Tl ₃ AsS ₄ 157
3.2.2. Кристали Li ₂ B ₄ O ₇ та α-TeO ₂ 182
3.2.3. Кристали TIInSe2 201
3.2.4. Кристали ү1-(Ga0.3In0.7)2Se3 208
Висновки до Розділу 3
РОЗДІЛ 4. АКУСТООПТИЧНА ВЗАЄМОДІЯ ЗА УЧАСТЮ
ЦИРКУЛЯРНО-ПОЛЯРИЗОВАНИХ ОПТИЧНИХ ВЛАСНИХ ХВИЛЬ В
ОПТИЧНО АКТИВНИХ КРИСТАЛАХ218
4.1. Аналіз акустооптичної дифракції циркулярно-поляризованих
оптичних хвиль в кристалах AgGaS2
4.2. Вплив циркулярної поляризації оптичних хвиль на ефективність
акустооптичної дифракції в кристалах AgGaS2
Висновки до Розділу 4
РОЗДІЛ 5. АКУСТООПТИЧНА ВЗАЄМОДІЯ З ВРАХУВАННЯМ
ЕЛІПТИЧНОСТІ ОПТИЧНИХ ВЛАСНИХ ХВИЛЬ 240
5.1. Кристали α-SiO ₂
5.2. Кристали Рb5Ge3O11 254
5.3. Кристали КН2РО4 273
Висновки до Розділу 5
ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ 284
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 287

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

АО – акустооптичний;

АХ – акустична хвиля;

QL АХ – квазіпоздовжня акустична хвиля;

PL АХ – чисто поздовжня акустична хвиля;

QT АХ – квазіпоперечна акустична хвиля;

РТ АХ – чисто поперечна акустична хвиля;

ПО – пружнооптичний;

КАОЯ – коефіцієнт акустооптичної якості М₂;

ЕПОК – ефективний пружнооптичний коефіцієнт;

ФП – фазовий перехід;

ШНВ – ширина на напіввисоті.

ВСТУП

Актуальність теми дослідження. АО дифракція належить до одного з найцікавіших явищ параметричної оптики у зв'язку з різноманітністю проявів цього ефекту [1]. До її проявів можна віднести, зокрема, АО дифракцію Брегга і Рамана-Ната, тангенціальний і колінеарний типи АО дифракції, ізотропний і анізотропний типи АО дифракції тощо. Така різноманітність проявів АО дифракції дозволила успішно використовувати її в широкому колі АО приладів керування оптичним випромінюванням, таких як АО дефлектори оптичного випромінювання, АО модулятори (у тому числі, АО модулятори добротності лазерного випромінювання), АО перестроювані фільтри, інтегрально-оптичні пристрої тощо [2–5]. При цьому, змінюючи частоту АХ в таких приладах, можна забезпечити просторове сканування дифрагованим оптичним променем і зміну його частоти; в свою чергу, змінюючи амплітуду АХ, можна здійснити модуляцію інтенсивності дифрагованого порядку і фазову модуляцію нульового порядку АО дифракції.

Незважаючи на те, що явище АО дифракції було виявлене понад сто років тому [6, 7], певні прояви і характеристики цього явища до цього часу залишаються невивченими. До актуальних питань, які потребують додаткового вивчення та вирішення, належить, насамперед, необхідність збільшення ефективності АО взаємодії, яка, в свою чергу, пов'язана з необхідністю зменшення потужності АХ – а отже, й зниження енергоспоживання АО приладів, нагрівання АО комірок, ймовірності руйнування АО матеріалів тощо. Вочевидь, одночасно вирішити обидві ці проблеми можна лише шляхом оптимізації робочих геометрій АО взаємодії.

Ще до робіт, проведених у рамках цієї дисертації, були запропоновані методи пошуку оптимальних геометрій АО взаємодії, за яких КАОЯ досягає максимального значення. До них слід віднести, зокрема, методи чисельного [8, 9] та аналітичного [10–12] розрахунку КАОЯ для різних геометрій АО взаємодії. Однак, у першому випадку при комп'ютерному чисельному

моделюванні поверхонь КАОЯ неможливо встановити причини впливу того чи іншого параметру АО взаємодії з огляду на відсутність аналітичних виразів для КАОЯ у явному вигляді. В свою чергу, у другому випадку такі аналітичні вирази були отримані без врахування неортогональності власних АХ, яка може суттєво вплинути на результати розрахунків КАОЯ і визначення оптимальних геометрій АО взаємодії. Крім того, в обох цих випадках не враховувався вплив оптичної активності на ЕПОК і КАОЯ.

Слід зауважити, що питанню впливу оптичної активності на АО взаємодію вже приділялась увага дослідників. Так, зокрема, ще в 1974 році Yano та Watanabe виявили, що врахування оптичної активності в кристалі α-TeO₂, який є одним з найефективніших АО матеріалів, призводить до збільшення КАОЯ від (600-800)×10⁻¹⁵ с³/кг, для випадку взаємодії між лінійнополяризованими оптичними хвилями, до 1200×10⁻¹⁵ с³/кг, для випадку анізотропної АО взаємодії між циркулярно-поляризованими оптичними хвилями, коли падаюча та дифрагована оптичні хвилі поширюються в околі оптичної осі кристалу [13]. В свою чергу, в 2018 році *Kurpeychik* та *Balakshy* виявили, що AO ефективність в оптично активних двовісних кристалах α-HIO₃ також значно зростає при поширенні падаючої та дифрагованої оптичних хвиль вздовж напрямків, близьких до однієї з оптичних осей [14]. При цьому Yano та Watanabe показали. ЩО зростання КАОЯ при взаємодії циркулярнополяризованих оптичних хвиль пов'язане з циркулярною (еліптичною) поляризацією власних хвиль в оптично активному кристалі α-TeO₂ [13]. Однак це пояснення було неповним – зокрема, залишались нез'ясованими питання, яким чином еліптичність власних оптичних хвиль впливає на ЕПОК, як впливає величина оптичної активності на КАОЯ, яким є кутовий розподіл КАОЯ, чи може індукована оптична активність впливати на КАОЯ тощо. Саме тому вивчення впливу неортогональності АХ та оптичної активності на ефективність АО дифракції є актуальною проблемою.

Мета дослідження полягає у з'ясуванні впливу оптичної активності на АО взаємодію. При цьому для досягнення поставленої мети в процесі дослідження виконувалися наступні завдання:

розгляд оптичної активності та її температурної поведінки в сегнетоелектричних кристалах;

 вивчення магніто-індукованої оптичної активності та температурної поведінки анізотропії оптичних, акустичних і термічних параметрів в лужноборатних і халькогенідних сполуках;

- аналіз АО взаємодії з врахуванням неортогональності АХ;

 розгляд АО взаємодії за участю циркулярно-поляризованих оптичних хвиль в оптично активних кристалах;

– вивчення АО взаємодії з врахуванням еліптичності оптичних власних хвиль.

Об'єктом дослідження є оптичні, акустичні та термічні властивості АО середовищ.

Предметом дослідження є основні закономірності впливу оптичної активності на АО взаємодію.

Методи дослідження. Під час виконання дисертаційного дослідження використовувались експериментальні методи поляриметрії зображення, однопроменевої поляриметрії, дилатометрії, а також метод Діксона-Коена та ехо-імпульсний метод. При цьому теоретичний аналіз здійснювався з апарату, симетрійних та використанням тензорного VMOB принципів кристалофізики; методів статистичної фізики; рівнянь оптичної індикатриси, збуреної зовнішніми полями внаслідок відповідних ефектів параметричної оптики; рівнянь Крістоффеля як основних рівнянь теорії поширення АХ; співвідношень, як визначають ефективність АО взаємодії.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у тому, що вперше:

1. На прикладі кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ та α-SiO₂ показано, що наявність оптичної активності суттєво підвищує КАОЯ за рахунок ненульової еліптичності взаємодіючих оптичних власних хвиль. Встановлено, що таке

підвищення відбувається за рахунок того, що еліптичність оптичних власних хвиль наближається до одиниці поблизу оптичної осі, а в співвідношення для ЕПОК можуть включатися додаткові компоненти ПО тензора.

2. На прикладі кристалів КН₂РО₄, які не володіють природною оптичною активністю поширенні при оптичних ХВИЛЬ вздовж оптичної oci. продемонстровано, що індукована зовнішнім магнітним полем фарадеївська еліптичність оптичних власних хвиль призводить до суттєвого зростання КАОЯ, що, у свою чергу, свідчить про принципову можливість керування ефективністю АО дифракції за допомогою зовнішнього магнітного поля. При цьому робочі значення напруженості зовнішнього магнітного поля залежать від величини ефективного коефіцієнта Фарадея відповідного АО середовища для певної визначеної геометрії АО дифракції.

3. Запропоновано параметрів метод визначення розмитих сегнетоелектричних ФП, який базується на поділі досліджуваного зразка на нескінченно велику кількість однорідних елементарних комірок, в кожній з яких ФП є нерозмитим та характеризується певною локальною температурою гауссівському розподілі локальних температур Кюрі: Кюрі в межах досліджуваного зразка; описі температурної поведінки термодинамічних параметрів при ФП другого роду в рамках теорії Ландау. Метод передбачає інтерполяцію експериментальної температурної залежності оптичної активності, оберненої діелектричної проникності або оберненого коефіцієнта лінійного електрогіраційного ефекту середнім по ансамблю відповідних локальних температурних залежностей. Метод апробований на прикладі кристалів сімейства германату свинцю.

4. Експериментально досліджено фарадеївську оптичну активність в халькогенідних кристалах Tl₃AsS₄, AgGaGeS₄, AgGaGe₃Se₈, халькогенідних твердих розчинах TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) та лужно-боратних стеклах LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀, LiCsB₆O₁₀.

5. Показано, що за наявності лише циркулярного двозаломлення в оптично активних кристалах АО дифракція проявляється у взаємодії між

власними циркулярно-поляризованими оптичними хвилями. На прикладі оптично активних кристалів AgGaS₂ для довжини хвилі ізотропної точки 497,4 нм встановлено, що наявність циркулярного двозаломлення призводить до двох типів AO дифракції – а саме, ізотропної AO дифракції за участю циркулярно-поляризованих оптичних власних хвиль з однаковими знаками обертань їхніх векторів напруженості електричного поля та анізотропної AO дифракції, для якої ці знаки є протилежними. На основі аналізу анізотропії швидкостей AX та експериментальних досліджень ПО коефіцієнтів кристалів AgGaS₂ визначено кути зносу та неортогональності власних AX, а також кутову залежність КАОЯ для випадку колінеарної AO взаємодії з циркулярнополяризованими оптичними власними хвилями на довжині хвилі ізотропної точки.

6. Отримано аналітичні вирази для деформацій, спричинених АХ, з врахуванням неортогональності їх поляризації. На основі аналізу впливу неортогональності поляризацій власних АХ на анізотропію КАОЯ для ізотропних АО взаємодій, що відбуваються в головних кристалографічних площинах кристалів Tl_3AsS_4 , $Li_2B_4O_7$ та α -TeO₂, показано, що набір компонент ПО тензора, який визначає ЕПОК, не змінюється при врахуванні або нехтуванні неортогональністю AX для цих кристалів, a також кристалів, які характеризуються тензорами жорсткості та ПО тензорами з аналогічною структурою. Встановлено, що за цих умов при врахуванні або нехтуванні неортогональністю AX змінюється співвідношення поляризацій між компонентами ПО тензора, які формують ЕПОК.

7. Експериментально досліджено швидкості AX в кристалах TlInSe₂ та γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃, що дозволило визначити всі компоненти тензорів жорсткості та пружної податливості, кути зносу та неортогональності власних AX, а також оцінити КАОЯ для випадку ізотропної AO взаємодії.

8. З використанням експериментально отриманих поляриметричних двомірних карт розподілу приростів кута орієнтації оптичної індикатриси та оптичної різниці фаз для різних температур показано, що політипна структура

АО халькогенідних твердих розчинів TlIn($S_{1-x}Se_x$)₂ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) проявляється в неоднорідному розподілі параметрів оптичної анізотропії.

Практичне значення отриманих результатів полягає у тому, що:

1. Продемонстровано принципову можливість керування ефективністю АО дифракції за допомогою зовнішнього магнітного поля.

2. Отримані оптимальні геометрії АО взаємодій можуть бути рекомендовані як робочі геометрії для відповідних АО пристроїв.

3. Використаний метод визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних ФП має помітні практичні переваги перед іншими методами розрахунку температури Кюрі та критичного індексу параметра порядку з огляду на його обґрунтованість, непотрібність побудови додаткових температурних залежностей, об'єктивність вихідних параметрів та можливість визначення області розмиття сегнетоелектричних ФП.

4. Отримані значення ефективних коефіцієнтів Фарадея халькогенідних кристалів Tl₃AsS₄ й AgGaGe₃Se₈ та халькогенідних твердих розчинів TlIn(S₁₋ $_x$ Se_x)₂ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) дозволяють віднести їх до одних з найкращих магнітно-невпорядкованих матеріалів для магнітооптичних застосувань.

Особистий внесок здобувача. Автор запропонував методику визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних ФП та процедуру розрахунку ефективних магнітооптичних параметрів у двовісних кристалах; склав, від'юстував та відлагодив експериментальну установку однопроменевої поляриметрії для дослідження температурних залежностей електрогірації й ефекту Фарадея (особисто) та експериментальну установку поляриметрії зображення для дослідження температурних залежностей двомірних розподілів параметрів оптичної анізотропії (спільно з д.ф.-м.н., с.н.с. Ю.В. Васильківим). Дисертант приймав безпосередню участь в проведенні всіх експериментальних досліджень. Поляриметричні експерименти проводилися автором особисто, дилатометричні експерименти – спільно з н.с. А.С. Саєм та к.ф.-м.н, доцентом кафедри оптики Ужгородського національного університету О.О. Гомоннаєм. Експериментальні дослідження АО дифракції проводились разом з д.ф.-м.н., зав. сектором І.Ю. Мартинюк-Лотоцькою. Обговорення (*x*,*T*)-фазової діаграми відбувалось за участі к.ф.-м.н, доцента кафедри оптики Ужгородського національного університету О.О. Гомонная. Розрахунки за результатами поляриметричних експериментів виконані автором особисто, розрахунки за результатами АО експериментів – спільно з д.ф.-м.н., с.н.с. О.Г. Мись. Теоретичний аналіз деформацій в кристалах, викликаних АХ, в аспекті АО взаємодії проводився автором спільно з д.ф.-м.н., зав. сектором О.М. Крупичем. Формулювання напрямків досліджень та обговорення отриманих результатів здійснювалося разом з д.ф.-м.н., проф. Р.О. Влохом.

Апробація матеріалів дисертації. Матеріали дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на наукових семінарах Інституту фізичної оптики імені О.Г. Влоха МОН України, а також на таких конференціях та семінарах:

International Scientific Workshop "Oxide Materials for Electronic Engineering
 fabrication, properties and application OMEE-2009", Lviv Polytechnic National
 University, Lviv, Ukraine, June 22–26, 2009;

2nd Seminar on Properties of Ferroelectric and Superionic Systems, Uzhhorod
 National University, Uzhhorod, Ukraine, October 19–20, 2009;

VIII International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems",
 Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, October 29–30, 2019;

IX International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems",
 Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, October 27, 2020;

X International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems",
 Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, October 26–27, 2021;

XI International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems",
 Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, October 28, 2022;

XII International seminar "Properties of ferroelectric and superionic systems",
 Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine, April 20, 2023.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась в Інституті фізичної оптики імені О.Г. Влоха МОН України в рамках наступних науково-дослідних робіт за проектами Міністерства освіти і науки України, зареєстрованих в УкрІНТЕІ: 0109U001063 "Боромісткі матеріали для оптоелектроніки і лазерної техніки. отримання властивості" (2009 – 2011 pp.); Технологія i 0111U001627 "Матеріали для лазерної техніки на основі склоподібних і кристалічних боратних сполук, легованих перехідними та рідкісноземельними елементами" (2011 – 2012 рр.); 0111U010235 "Ефекти параметричної, сингулярної оптики в градієнтних полях з врахуванням просторової дисперсії" (2012 – 2014 рр.); 0117U006454 "Нові ефективні політипічні акустооптичні матеріали на основі халькогенідних кристалів групи TlInS₂. Оптимізація геометрії акустооптичної (2017 – 2020 рр.) та 0123U101781 "Підвищення взаємодії" ефективності акустооптичної взаємодії для акустооптичного методу керування сучасними високоточними засобами ураження" (2023 – 2025 рр.).

Публікації. Матеріали дисертаційної роботи опубліковано у 36 наукових працях – а саме, в 27 статтях, опублікованих в міжнародних і вітчизняних фахових журналах, які включені до міжнародних наукометричних баз, та в 9 тезах доповідей на наукових конференціях і семінарах.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, п'яти розділів з викладом оригінальних результатів, висновків та списку використаних джерел, який нараховує 256 бібліографічних посилань. Обсяг основного тексту дисертаційної роботи становить 11 авторських аркушів, вона містить 30 таблиць та 143 рисунки.

РОЗДІЛ 1. ОПТИЧНА АКТИВНІСТЬ ТА ЇЇ ТЕМПЕРАТУРНА ПОВЕДІНКА В СЕГНЕТОЕЛЕКТРИЧНИХ КРИСТАЛАХ

Сегнетоелектричні кристали сімейства германату свинцю Pb₅Ge₃O₁₁ (PGO) є АО матеріалами, придатними для використання у відносно низькочастотному (~ $10^7 - 10^8 \Gamma$ ц) акустичному діапазоні. Так, *Ohmachi* та Uchida. досліджуючи AO властивості кристалів чистого PGO y сегнетоелектричній фазі, виявили, що згасання поздовжніх АХ з частотою $\Phi < 5 \times 10^7$ Гц стає меншим за 50 дБ/м. При цьому ними було експериментально встановлено, що максимальне значення КАОЯ, 22,2×10⁻¹⁵ с³/кг, досягається у випадку АО взаємодії в площині XY (Z||c, X||a) падаючої звичайної оптичної хвилі з довжиною $\lambda = 632,8$ нм, яка поширюється в напрямку осі *Y*, з поздовжньою AX, яка поширюється в напрямку осі X зі швидкістю v = 3010 м/с [15]. Слід зауважити, що автори роботи [15] обмежилися дослідженнями кристалів чистого PGO у полідоменному стані, тоді як саме у монодоменному стані кристали сімейства PGO у сегнетоелектричній фазі є оптично активними. З огляду на вищевикладене у Розділі 1 буде здійснено розгляд оптичної активності в сегнетоелектричних кристалах сімейства PGO, результати якого в подальшому будуть використовуватися в Розділі 5 для аналізу впливу оптичної активності, зумовленої просторовою дисперсією, на ефективність АО дифракції в кристалах чистого PGO.

Сутність просторової дисперсії в загальному випадку полягає в тому, що у всіх конденсованих середовищах (зокрема, у кристалах) вектор електричної поляризації $P(\mathbf{r})$ визначається значеннями вектора напруженості електричного поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ не лише у тій самій точці $\mathbf{r}(x_1, x_2, x_3)$, але й в околі цієї точки. Якщо електричне поле є однорідним, значення його напруженості в околі точки \mathbf{r} є такими ж самими, як й в самій точці \mathbf{r} – тобто, просторова дисперсія в такому випадку не проявляється. З огляду на це просторову дисперсію можна трактувати як залежність вектора електричної поляризації \mathbf{P} не тільки від самого вектора напруженості електричного поля \mathbf{E} , але й від його просторових похідних [16]. Обмежуючись першими членами відповідного розкладу Тейлора, отримуємо, що

$$P_i = \alpha_{ij} E_j + \beta_{ijk} \frac{\partial E_j}{\partial x_k}.$$
 (1.1)

В кристалах, де тензор β_{ijk} відмінний від нуля, проявляється просторова дисперсія першого порядку – такі кристали називаються оптично активними (гіротропними).

Слід зауважити, що у кристалооптиці замість співвідношення (1.1) зазвичай розглядається залежність вектора напруженості електричного поля **E**(**r**) від вектора електричної індукції **D**(**r**) [16]:

$$E_i = \eta_{ij} D_j + \mu_{ijk} \frac{\partial D_j}{\partial x_k}.$$
 (1.2)

Оскільки для монохроматичної оптичної хвилі з хвильовим вектором **k** має місце співвідношення $\partial \mathbf{D}/\partial \mathbf{r} = i\mathbf{D}\mathbf{k}$, формула (1.2) може бути записана у вигляді ($\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ }\Phi/\text{M}$ – електрична стала)

$$E_{j} = (\eta_{jl} + i\mu_{jlm}k_{m})D_{l} = \varepsilon_{0}^{-1}B_{jl}D_{l} = \varepsilon_{0}^{-1}(B_{jl}^{0} + \Delta B_{jl})D_{l}, \qquad (1.3)$$

де $B_{jl}^0 = \varepsilon_0 \eta_{jl}$ – компоненти тензора діелектричної непроникності (оптичних поляризаційних констант) **В** за відсутності просторової дисперсії [16]. Як можна бачити, внесок $\Delta B_{jl} = i\varepsilon_0 \mu_{jlm} k_m$ до компонент цього тензора, зумовлений просторовою дисперсією першого порядку, є чисто уявним.

В області оптичної прозорості певного визначеного кристалу тензор η є ермітовим: дійсна частина цього тензора є симетричною, уявна частина – антисиметричною [16]. З огляду на це тензор μ є антисиметричним по перших двох індексах – тобто, володіє внутрішньою симетрією { V^2 }V. Враховуючи

співвідношення дуальності $\{V^2\}V \sim \varepsilon V^2$, оптична активність в кристалах може бути описана за допомогою тензора гірації **g**, що є аксіальним тензором другого рангу з внутрішньою симетрією εV^2 та пов'язаний з тензором **µ** як

$$\frac{2\pi}{\lambda}\mu_{ijm} = \delta_{ijl}g_{lm},\tag{1.4}$$

де **δ** – одиничний антисиметричний тензор Леві-Чівіта; λ – довжина оптичної хвилі в середовищі. Таким чином, рівняння (1.3) може бути записано у вигляді

$$E_{j} = \varepsilon_{0}^{-1} (B_{jn}^{0} + i\delta_{jnl}g_{lk}m_{k})D_{n}, \qquad (1.5)$$

де т – одиничний вектор хвильової нормалі.

У матеріальному середовищі, яке характеризується рівнянням (1.5), в напрямку, в якому нормальна складова тензора гірації відмінна від нуля, можуть поширюватися дві оптичні хвилі, які в загальному випадку є еліптично поляризованими. При цьому їхні еліпси поляризації мають однакові еліптичності (тобто, відношення малих осей до великих осей), але повернені один щодо іншого на 90° та обходяться у протилежних напрямках [16]. В загальному випадку ці еліптичності χ визначаються співвідношенням [17]

$$\chi = \frac{n_{02}^2 - n_{01}^2 - ((n_{02}^2 - n_{01}^2)^2 + 4G^2)^{1/2}}{2G} \approx \frac{G}{n_{02}^2 - n_{01}^2},$$
(1.6)

де n_{01} , n_{02} – показники заломлення оптичних хвиль у напрямку одиничного вектора хвильової нормалі **m** за умови відсутності просторової дисперсії $(n_{02} \ge n_{01})$; G – скалярний параметр гірації, який визначається співвідношенням

$$G = \mathbf{mgm}.$$
 (1.7)

Слід зауважити, що, оскільки скалярний параметр гірації повністю визначається симетричною частиною тензора гірації, при розгляді поляризації оптичних хвиль в кристалах тензор гірації можна вважати симетричним [16].

Вздовж оптичних осей оптично активних кристалів поширюються циркулярно-поляризовані оптичні хвилі, еліптичність яких дорівнює одиниці. В свою чергу, якщо лінійне двозаломлення оптично активного кристалу є достатньо великим, еліптичність оптичних хвиль швидко зменшується з відхиленням хвильової нормалі від оптичної осі цього кристалу.

Таким чином, еліптично-поляризовані оптичні хвилі, які поширюються в двозаломлюючих оптично активних кристалах, у переважній більшості напрямків поширення є близькими до лінійно-поляризованих оптичних хвиль. З іншого боку, в оптично активних кристалах кубічної сингонії та ізотропних тілах всі оптичні хвилі є циркулярно-поляризованими [16].

При нормальному падінні лінійно-поляризованої оптичної хвилі з довжиною λ на прозору плоскопаралельну пластинку з товщиною d, вирізану з одновісного оптично активного кристалу зі звичайним показником заломлення n_0 перпендикулярно до його оптичної осі, відбувається її розщеплення на дві циркулярно-поляризовані оптичні хвилі рівної інтенсивності. Пройшовши цю кристалічну пластинку, зазначені циркулярно-поляризовані оптичні хвилі в результаті інтерференції знову зіллються в одну лінійно-поляризовану оптичну хвилю, азимут площини поляризації якої утворює деякий кут φ з азимутом площини поляризації лінійно-поляризованої оптичної хвилі до її падіння на кристал [16]. При цьому оптична активність такого кристалу характеризується параметром

$$\rho = \frac{\varphi}{d} = \frac{\pi n_0^3 g_{33}}{\lambda}.$$
(1.8)

Необхідно відзначити, що оптична активність може бути не лише природною, але й індукованою. При цьому індукована оптична активність

являє собою появу або зміну оптичної активності під дією тих чи інших зовнішніх впливів.

Так, зокрема, лінійний електрогіраційний ефект полягає у такому впливі зовнішнього електричного поля з напруженістю Е на оптичну активність кристалу, за якого внесок до тензора гірації цього кристалу визначається співвідношенням

$$\Delta g_{ij} = \gamma_{ijk} E_k, \tag{1.9}$$

де γ_{ijk} – компоненти тензора лінійного електрогіраційного ефекту γ , який є аксіальним тензором третього рангу з внутрішньою симетрією $\varepsilon[V^2]V[16]$.

З огляду на симетрійні властивості тензора **g**, природну оптичну активність можуть виявляти лише кристали нецентросиметричних класів; натомість симетрійні властивості тензора γ зумовлюють неможливість лінійного електрогіраційного ефекту в ізотропних тілах. При цьому, вочевидь, для дослідження оптичної активності, зумовленої лінійною електрогірацією, найбільш доцільно обирати такі кристали, в яких природна оптична активність є забороненою.

Крім того, слід зауважити, що при сегнетоелектричних $\Phi\Pi$ електрогіраційний ефект може індукуватися спонтанною електричною поляризацією **P**_s [18]. В такому випадку відповідний внесок до тензора гірації сегнетоелектричного кристалу визначається співвідношенням

$$\Delta g_{ij} = \tilde{\gamma}_{ijk} (P_{\rm S})_k, \tag{1.10}$$

де $\tilde{\gamma}_{ijk}$ – компоненти тензора спонтанної електрогірації (аксіального тензора третього рангу) $\tilde{\gamma}$.

Різноманітність причин виникнення оптичної активності у кристалічних середовищах, розглянута вище, є, поряд з АО властивостями таких кристалічних середовищ, одним з визначальних чинників використання в цій

дисертаційній роботі тих чи інших кристалів для дослідження оптичної активності з метою подальшого з'ясування її впливу на АО взаємодію. До таких кристалів належать, зокрема, кристали германату свинцю $Pb_5Ge_3O_{11}$ (PGO), які ϵ власними сегнетоелектриками, що демонструють ФП при температурі $T_C \approx 450$ К [19]. Ці кристали належать до гексагональної точкової групи симетрії $\overline{6}$ вище температури Кюрі; в свою чергу, нижче цієї температури інверсійна вісь симетрії зника ϵ та симетрія цих кристалів понижується до точкової групи симетрії 3.

Сегнетоелектричні властивості кристалів РGO були виявлені більше 50 років тому. Однак, незважаючи на багаторічну історію їхніх досліджень, кристали PGO все ще привертають значну увагу науковців [20–24]. Це зумовлено тим, що, хоча кількість відомих полярних діелектриків перевищує мільйон [21], кристали PGO залишаються, мабуть, унікальними матеріалами, де при ФП відбувається зміна симетрії $\overline{6} \leftrightarrow 3$, що є дуже зручним з точки зору дослідження оптичної активності. Й дійсно, кут повороту площини поляризації світла можна безпосередньо виміряти для світла, що поширюється вздовж оптичної осі, без супутнього лінійного оптичного двозаломлення. В свою чергу, прикладання зовнішнього електричного поля вздовж оптичної осі також не викликає лінійного двозаломлення в цьому напрямку.

Нижче точки Кюрі кристал PGO стає оптично активним внаслідок ефекту, який має назву "спонтанна електрогірація" [25]. Температурна повелінка оптичної активності у власних сегнетоелектриках повинна відображати поведінку параметра порядку – а саме, поведінку спонтанної електричної поляризації [26]. Тому спонтанна електрогірація демонструє таку ж саму температурну поведінку, що й спонтанна електрична поляризація. Крім того, у випадку кристалів PGO спонтанна електрична поляризація як параметр порядку ФП лінійно пов'язана з оптичною активністю, що виникає нижче температури T_C [19]. При цьому основний внесок у спонтанну електричну поляризацію вносить зміщення іонів Pb²⁺ вздовж осі с, тоді як зміна знаку оптичної активності, викликаної електрогірацією, спонтанною при

переполяризації доменів зумовлена обертанням тетраедрів $(GeO_4)^{4-}$. Іншими словами, коли іони Pb²⁺ відходять від тетраедрної призми, іони кисню також зазнають зсуву, що викликає скручування тетраедрів $(GeO_4)^{4-}$ [27].

Таким чином, в кристалах PGO дослідження температурної залежності оптичної активності, викликаної спонтанною електрогірацією, дозволяють отримати значну кількість характеристик ФП. В свою чергу, ефект індукованої електрогірації, який полягає у зміні оптичної активності кристалів під дією зовнішнього електричного поля, також зручно досліджувати, використовуючи кристали PGO, оскільки в них індуковану електрогірацію, як вже зазначалося вище, можна вивчати без впливу будь-якого супутнього лінійного двозаломлення.

Кристали PGO є основою для великого сімейства твердих розчинів та інших структурно-модифікованих сполук [25]. Причому заміна хімічних елементів в кристалах PGO або їхнє легування є достатньо простим процесом з технологічної точки зору. З огляду на це кристали сімейства PGO можуть слугувати модельними об'єктами при аналізі механізмів та основних закономірностей виникнення та прояву ефектів оптичної активності – зокрема, в аспекті їхнього впливу на AO взаємодію.

Крім того, пошук твердих розчинів або легованих кристалів з високими значеннями електрогіраційного ефекту все ще є цікавим з точки зору застосування нових електрогіраційних матеріалів для керування оптичним випромінюванням. При цьому визначальним аспектом, який зумовлює інтерес до вивчення кристалів сімейства PGO, є прийнятні електрогіраційні характеристики кристалів чистого PGO як основної сполуки, що свідчить про принципову можливість практичного застосування кристалів сімейства PGO в електрично-керованих оптичних та оптоелектронних пристроях [28, 29]. У цьому відношенні можна сподіватися, що легування кристалів чистого PGO тими чи іншими хімічними елементами може призвести до ще кращих електрогіраційних параметрів й, таким чином, до ще нижчої робочої напруги. Крім того, таке легування може спричинити зниження температури ФП, що буде корисним, зокрема, при застосуванні кристалів сімейства PGO в блоках сегнетоелектричної оперативної пам'яті (FeRAM).

1.1. Методика експериментальних досліджень оптичної активності

Дослідження електрогірації в кристалах сімейства РGO полягає у вивченні властивостей, таких оптичних ЯК оптична активність, викликана В сегнетоелектричній фазі спонтанною електричною поляризацією Р_S за відсутності зовнішнього електричного поля (спонтанна електрогірація), та зміна оптичної активності, індукована зовнішнім електричним полем з напруженістю Е як у сегнетоелектричній, так в параелектричній фазах (індукована електрогірація). Для цього використовується однопроменевий поляриметр (Рисунок 1.1), в якому випромінювання He-Ne лазера (1) з довжиною хвилі $\lambda = 632.8$ нм проходить через вхідний лінійний поляризатор (2) та скеровується на досліджуваний зразок, розміщений між прозорими електродами (4) у термостаті (3), в напрямку, паралельному оптичній осі досліджуваного зразка та напрямку прикладання зовнішнього електричного поля з напруженістю **E** (тобто, $\mathbf{k} \parallel \mathbf{E}$) [30]. При цьому відповідна орієнтація досліджуваного зразка в термостаті здійснюється шляхом суміщення центру інтерференційної (коноскопічної) картини зі світловим променем.

Після проходження через досліджуваний зразок світловий промінь потрапляє на магнітооптичний модулятор (комірку Фарадея) (8), за допомогою якого в даній установці здійснюється поляризаційна модуляція світла, а після неї проходить через вихідний лінійний поляризатор (аналізатор) (9). Промодульований таким чином світловий промінь на виході з аналізатора (9) перетворюється фотоелектронним помножувачем (10) на змінну напругу, яка подається на осцилограф (11). Вимірювання величин спонтанної та індукованої електрогірації досліджуваного зразка полягає у визначенні значення кута повороту аналізатора, який характеризує орієнтацію площини поляризації вихідного світлового променя, за відсутності й наявності досліджуваного зразка (спонтанна електрогірація) та за відсутності зовнішнього електричного поля і при різних значеннях й протилежних напрямках вектора напруженості зовнішнього електричного поля **E** (індукована електрогірація).



Рисунок 1.1. Схема однопроменевого поляриметра: 1 – Не-Ne лазер; 2, 9 – лінійні поляризатори з поворотними пристроями; 3 – термостат; 4 – досліджуваний зразок, розміщений між прозорими електродами; 5 – джерело високої напруги; 6 – датчик температури; 7 – пристрій стабілізації та контролю температури; 8 – магнітооптичний модулятор (комірка Фарадея); 10 – фотоелектронний помножувач; 11 – осцилограф [30].

Зовнішні статичні електричні поля з напруженістю до 10^6 В/м генерувалися джерелом високої напруги (5) та прикладалися до досліджуваних зразків за допомогою скляних пластин, вкритих провідним шаром оксиду олова (прозорих електродів). При цьому для уникнення появи електричного струму між досліджуваним зразком та прозорими електродами між ними вводилися тонкі скляні пластини товщиною $0,15 \times 10^{-3}$ м. Таким чином, електрична напруга між гранями досліджуваного зразка була на 5% нижчою в порівнянні з електричною напругою, поданою на прозорі електроди, що належним чином враховувалося при подальших розрахунках.

Термостат (3), датчик температури (6) й пристрій стабілізації та контролю температури (7) забезпечували керування температурою досліджуваного зразка
та можливість її встановлення на фіксованому рівні з точністю ± 0,01 К.

Досліджувані зразки мали форму пластин товщиною (5-6)×10⁻³ м з гранями, перпендикулярними до оптичної осі. Слід зауважити, що внесення домішок в кристали PGO проявляється у різкому збільшенні в них коерцитивного електричного поля. шо заважає експериментальному спостереженню петель гістерезису для оптичної активності при кімнатній температурі та ускладнює досягнення кристалами сімейства PGO повністю монодоменного стану. Тому для досягнення насиченого стану спонтанної електричної поляризації досліджувані зразки вимірюваннями перед монодоменізовувалися – а саме, нагрівалися до температур, суттєво вищих за температуру Кюрі T_C, а потім повільно охолоджувалися до кімнатної температури при прикладанні зовнішнього статичного електричного поля вздовж оптичної осі.

Хоча чутливість поляриметричної установки для вимірювання кута повороту площини поляризації світла становила близько 30", сумарні похибки були вищими. При цьому похибка визначення величини питомого кута повороту площини поляризації світла (оптичної активності) ρ під час вимірювань температурних залежностей оптичної активності, викликаної електрогірацією, зумовлювалася насамперед спонтанною незначною уніполярністю досліджуваних зразків, а також допустимими відхиленнями рівня термостабілізації та термооптичного коефіцієнта. Натомість похибка визначення зміни оптичної активності $\Delta \rho$ під час вимірювань температурних залежностей індукованої електрогірації була більшою з огляду на додатковий внесок допустимих відхилень рівня стабілізації високої напруги. В свою чергу, зазначена похибка зростала при збільшенні температури, оскільки при спільній дії високої температури та високої напруги в цю похибку починали робити внесок певні неоднорідності струмопровідного шару прозорих електродів. З огляду на вищевикладене кінцева точність вимірювання оптичної активності становила близько 50°/м.

1.2. Методика визначення параметрів розмитих фазових переходів у кристалах сімейства Pb₅Ge₃O₁₁ за температурною поведінкою оптичної активності

Спонтанна електрогірація, яка індукується спонтанною електричною поляризацією та завдяки якій кристали PGO стають оптично активними нижче температури Кюрі, описується співвідношенням [25]:

$$g_{33} = \tilde{\gamma}_{333}(P_{\rm S})_3,\tag{1.11}$$

де g_{33} – компонента тензора гірації **g**, $\tilde{\gamma}_{333}$ – компонента тензора спонтанної електрогірації $\tilde{\gamma}$. При цьому спонтанна електрична поляризація $(P_S)_3 \equiv P_S$ являє собою параметр порядку ФП та лінійно пов'язана з оптичною активністю ρ (1.8) [19–26].

Незважаючи на різноманітні знання про фізичні властивості кристалів сімейства PGO, деякі аспекти їхньої критичної поведінки все ще неясні. Насамперед це стосується визначення критичного індексу параметра порядку β , який можна знайти з експериментально отриманої температурної залежності спонтанної електричної поляризації або лінійно пов'язаної з нею оптичної активності:

$$P_{\rm S} \propto \rho \propto (T_{\rm C} - T)^{\beta}. \tag{1.12}$$

Слід зауважити, що у рамках теорії середнього поля Ландау для власних сегнетоелектричних ФП другого роду *β* має дорівнювати 0,5.

У 1972 році *Iwasaki* та ін. [19] проаналізували експериментальну залежність $P_{\rm S} = P_{\rm S}(T)$ для кристалів чистого PGO та виявили, що її поведінка відповідає класичній теорії Ландау (тобто, $P_{\rm S} \propto (T_{\rm C} - T)^{0.5}$) лише в діапазоні $T_{\rm C} - T < 30$ К нижче точки $T_{\rm C} = 450$ К. Пізніше *Konak* та ін. [31] зазначили, що температурна залежність оптичної активності ρ в кристалах чистого PGO описується "емпіричним" співвідношенням $\rho \propto (T_{\rm C} - T)^{0.35}$ в області $T_{\rm C} - T > 3$ К (при $T_{\rm C} = 450$ К). Іншими словами, в роботі [31] було показано, що хоча оптична активність ρ й являє собою вторинний параметр порядку ФП, її поведінка суттєво відрізняється від поведінки, передбаченої теорією Ландау. У 1999 році *Trubitsyn* та ін. [32] показали, що параметр розщеплення ΔB однієї зі спектральних ліній ЕПР зондуючих іонів Gd³⁺ в кристалах чистого PGO поводиться як "локальний" параметр порядку ФП відповідно до теорії Ландау ($\Delta B \propto (T_{\rm C} - T)^{0.5}$) у досить широкому діапазоні температур ($T_{\rm C} - T < 150$ К) нижче температури Кюрі $T_{\rm C} = 451,4$ К).

У 2005 році *Shaldin* та ін. [33] досліджували температурну поведінку спонтанної електричної поляризації для кристалів чистого РGO в діапазоні температур 4,2–300 К. Їхні експериментальні результати та наявні на той час літературні дані дозволили їм виявити зміни в критичній поведінці кристалів РGO від дипольного типу ($\beta = 0,5$) до псевдоквадрупольного типу ($\beta = 0,25$) при зростанні температури від 290 до $T_{\rm C} = 450$ К. Це проявлялося у зміні поведінки параметра ($P_{\rm S}$)^{1/ β} як функції ($T_{\rm C} - T$) при ($T_{\rm C} - T$) = 50 К.

У 2006 році *Miga* та ін. [34] отримали значення критичного індексу $\beta = 0.51 \pm 0.03$ та температури Кюрі $T_{\rm C} = 452.58 \pm 0.03$ К для кристалів чистого PGO, використовуючи експериментальну температурну залежність залишкової електричної поляризації $P_{\rm R}$, зняту після витримування досліджуваного зразка в електричному полі з напруженістю 10^6 В/м, та інтерполяцію цієї залежності за формулою $P_{\rm R} \propto (T_{\rm C} - T)^{\beta}$ в температурній області $T_{\rm C} - T < 12$ К.

Й, нарешті, у 2008 році *Кушнір* та ін. [35] здійснили оптичні дослідження флуктуацій параметра порядку для твердих розчинів Pb₅(Ge_{1-x}Si_x)₃O₁₁ (PGSO) і (Pb_{1-x}Ba_x)₅Ge₃O₁₁ (PBaGO). При цьому в роботі [35] було продемонстровано, що для знаходження валідних значень критичних індексів β необхідно виключати з аналізу області сильних флуктуацій поблизу ФП. В свою чергу, температурна область, де доцільно виконувати розрахунки β , оцінювалася в роботі [35] як $G \le (T_C - T) \le G^{1/3}$, де G – число Гінзбурга. Так, наприклад, враховуючи, що для кристалів чистого PGO G = 0,01 та $T_C = 447$ К, можна отримати, що для цих кристалів зазначена область становить 4,5 К \leq ($T_{\rm C} - T$) \leq 96,3 К. В свою чергу, значення β , яке можна визначити як нахил лінійної частини залежності

$$\ln \rho \propto \beta \ln(T_{\rm C} - T), \tag{1.13}$$

дорівнює 0,44. Натомість значення β для твердих розчинів PGSO та PBaGO ще більш суттєво відхиляються від класичного значення $\beta = 0,5$.

При розгляді методів, доступних для визначення критичних індексів параметрів порядку ФП, доцільно обмежитися підходами, які використовують залежності, подібні до рівняння (1.13), для обчислення критичних індексів β . Це пояснюється тим, що інші підходи насправді визначають лише температурну область, де спонтанна електрична поляризація або той чи інший вторинний параметр порядку ФП пропорційні $(T_{\rm C} - T)^{0.5}$. Як можна бачити з рівняння (1.13), для таких методів суттєво важливим є точне визначення температури Кюрі $T_{\rm C}$.

У рамках оптичних досліджень температуру Кюрі зазвичай обирають як точку, де оптична активність ρ повністю зникає в процесі збільшення температури досліджуваного зразка (надалі такий підхід буде позначатися як метод I). З іншого боку, у роботі [35] параметр $T_{\rm C}$ визначається як точка мінімуму температурної залежності похідної $d\rho^2/dT$ (надалі такий підхід буде позначатися як метод II).

В загальному випадку розмитий сегнетоелектричний ФП може бути визначений як сегнетоелектричний ФП, що відбувається у певному, більшменш вираженому, температурному діапазоні – області розмиття [36]. Коли сегнетоелектричний ФП є розмитим, температуру Кюрі не можна визначити однозначно. Це може призвести до значних помилок у визначенні критичного індексу β , навіть якщо з розрахунків, описаних рівнянням (1.13), виключити температурну область поблизу ФП.

Неоднозначність у виборі температури Кюрі можна проілюструвати на прикладі розмитого сегнетоелектричного ФП в кристалах PGO, легованих

0,14 ваг. % іонів Cu²⁺ (PGO:Cu_140), який вивчався в роботі [37]. Як можна бачити (Рисунок 1.2), температурні залежності оптичної активності ρ в легованих кристалах PGO:Cu_140 мають достатньо довгий "хвіст", що вказує на наявність розмитого сегнетоелектричного ФП.

При використанні методу І отримуємо значення температури Кюрі $T_{\rm C}(I) = 460,8$ К (Рисунок 1.3, незаповнені кола). Тоді величина критичного індексу $\beta(I)$, визначена за допомогою рівняння (1.13), дорівнює 0,47 (Рисунок 1.4, незаповнені кола та штрих-пунктирна пряма). З іншого боку, метод II дає значення температури Кюрі $T_{\rm C}(II) = 432,0$ К (Рисунок 1.3, заповнені кола) та критичного індексу $\beta(II) = 0,34$ (Рисунок 1.4, заповнені кола та пунктирна пряма). Вочевидь, вищевказані розрахунки здійснюються в температурних діапазонах, де залежність ln ρ від ln ($T_{\rm C} - T$) є лінійною. Таким чином, значення критичних індексів β , отримані після вибору температури Кюрі $T_{\rm C}$ за допомогою методів I та II, суттєво відрізняються між собою.



Рисунок 1.2. Температурні залежності оптичної активності *ρ* для енантіоморфних доменів легованих кристалів PGO:Cu_140 [37].



Рисунок 1.3. Згладжені температурні залежності оптичної активності ρ (незаповнені кола) та похідної $d\rho^2/dT$ (заповнені кола) для легованих кристалів PGO:Cu_140 [38].



Рисунок 1.4. Залежності $\ln \rho$ від $\ln (T_{\rm C} - T)$ для різних методів вибору точки $T_{\rm C}$ в легованих кристалах PGO:Cu_140: метод I – незаповнені кола, штрих-пунктирна пряма; метод II – заповнені кола, пунктирна пряма [38].

Методика визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних ФП, використана нижче, базується на [38]:

– узагальненій моделі розмитих ФП, згідно з якою досліджуваний зразок можна розділити на нескінченно велику кількість однорідних елементарних комірок так, щоб ФП у кожній з цих комірок був нерозмитим та характеризувався певною локальною температурою Кюрі [36];

– гауссівському розподілі локальних температур Кюрі в межах досліджуваного зразка (використання такого розподілу є валідним з огляду на центральну граничну теорему), де роль математичного очікування відіграє так звана середня температура Кюрі Θ, яка приймається за точку ФП та характеризує стан, коли половина досліджуваного зразка зазнає ФП [39];

– загальному співвідношенні для параметра порядку власного сегнетоелектричного ФП другого роду (1.12), яке записується для кожної з однорідних елементарних комірок.

При цьому припускається, що розмиття ФП спричинене деякою скалярною неоднорідністю – наприклад, скалярними дефектами, які не змінюють симетрію кристалічної матриці та впливають лише на розподіл температури Кюрі в досліджуваному зразку.

Нехай область розмиття $\Phi \Pi \Delta T$ містить $N \in \{2, 3, 4, ...\}$ локальних температур Кюрі T_{Ci} (i = 1, ..., N), які визначаються наступним чином:

$$\Delta T = T_{CN} - T_{C1}; \ \Theta = \frac{T_{C1} + T_{CN}}{2} = T_{C1} + \frac{\Delta T}{2} = T_{CN} - \frac{\Delta T}{2};$$

$$T_{Ci} = T_{CN} - \frac{N - i}{N - 1} \Delta T = \Theta + \frac{2i - N - 1}{N} \Delta T.$$
 (1.14)

Вочевидь, точність цієї математичної моделі зростає зі збільшенням параметра *N*.

Гауссівський розподіл локальних температур Кюрі $\varphi(T_{Ci})$ в межах досліджуваного зразка повинен задовольняти граничним умовам

$$\lim_{T_{Ci} \to T_{Ci} + 0} \varphi(T_{Ci}) = \lim_{T_{Ci} \to T_{CN} - 0} \varphi(T_{Ci}) = 0$$
(1.15)

та умовам нормування

$$\sum_{i=1}^{N} \varphi(T_{Ci}) = 1.$$
 (1.16)

44

Враховуючи формули (1.15) та (1.16), співвідношення для $\varphi(T_{Ci})$ можна записати як

$$\varphi(T_{\mathrm{C}i}) = \frac{1}{\omega_N} \left(\exp\left(-\frac{1}{2\eta_N} \left(\frac{1}{2} - \frac{N-i}{N-1}\right)^2\right) - \exp\left(-\frac{1}{8\eta_N}\right) \right), \quad (1.17)$$

де величини

$$\eta_{N} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{1}{2} - \frac{N-i}{N-1} \right)^{2},$$

$$\omega_{N} = \sum_{i=1}^{N} \exp\left(-\frac{1}{2\eta_{N}} \left(\frac{1}{2} - \frac{N-i}{N-1} \right)^{2} \right) - N \exp\left(-\frac{1}{8\eta_{N}} \right)$$
(1.18)

є константами для певного визначеного значення N.

Враховуючи співвідношення (1.12) та (1.14), можна знайти температурну залежність оптичної активності ρ_i для певної визначеної однорідної елементарної комірки з локальною температурою Кюрі T_{Ci}

$$\rho_{i} = A \begin{cases} \left(T_{CN} - \frac{N-i}{N-1} \Delta T - T \right)^{\beta}; T < T_{Ci}, \\ 0; T \ge T_{Ci} \end{cases}$$
(1.19)

де коефіцієнт пропорційності А є однаковим для всіх однорідних елементарних

комірок досліджуваного зразка. Надалі, використовуючи рівняння (1.17) та (1.19), можна отримати температурну залежність оптичної активності *ρ* для всього досліджуваного зразка як середнє по ансамблю локальних значень *ρ_i*:

$$\rho = \sum_{i=1}^{N} \rho_i \varphi(T_{\mathrm{C}i}). \tag{1.20}$$

Зі співвідношення (1.20) випливає, що при $T \ge T_{CN}$ виконується рівність $\rho = 0$. Іншими словами, параметр T_{CN} є температурою, за якої оптична активність ρ , індукована спонтанною електричною поляризацією, повністю зникає в процесі нагрівання досліджуваного зразка. При цьому параметр T_{CN} збігається з температурою Кюрі, знайденою при використанні методу I (тобто, $T_{CN} \equiv T_C(I)$). Тому температуру T_{CN} можна знайти безпосередньо з експериментальної залежності $\rho = \rho(T)$.

Отже. запропонована методика визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних ФП полягає в інтерполяції температурної залежності оптичної активності ρ співвідношенням (1.20) для певних визначених констант T_{CN} , N, η_N та ω_N . Це дає можливість визначити параметри ΔT та β , які забезпечують найкраще узгодження інтерполяційної кривої 3 експериментальною температурною залежністю. При цьому ступінь характеризується коефіцієнтом детермінації R^2 . Вочевидь, інтерполяції узгодження запропонованої методики з теорією середнього поля Ландау досягається тоді, коли параметр β приймається за константу, що дорівнює 0,5.

Так, наприклад, при застосуванні цієї методики до кристалів чистого PGO отримуються параметри розмитого сегнетоелектричного $\Phi\Pi \Delta T = 5,47\pm0,42$ K, $\beta = 0,40\pm0,01$ та $\Theta = 449,4$ K з коефіцієнтом детермінації $R^2 = 0,998$. Як можна бачити, отримані результати свідчать про те, що на практиці $\Phi\Pi$ у кристалах чистого PGO також є дещо розмитим. Це є визначальною причиною розбіжностей значень T_C та β для кристалів чистого PGO, отриманих різними дослідниками.

Слід зауважити, що ця методика може застосовуватися також й для визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних ФП з експериментальних температурних залежностей діелектричних та електрогіраційних параметрів сегнетоелектричних кристалів. Для цього необхідно записати закон Кюрі-Вейса для однорідної елементарної комірки з локальною температурою Кюрі *T*_{Ci} як

$$\varepsilon_{i}^{-1}(\gamma_{i}^{-1}) = A \begin{cases} 2\left(\Theta + \frac{2i - N - 1}{N}\Delta T - T\right); T < T_{\mathrm{C}i} \\ \left(T - \Theta - \frac{2i - N - 1}{N}\Delta T\right); T > T_{\mathrm{C}i} \end{cases},$$
(1.21)

де ε_i^{-1} – обернена діелектрична проникність; γ_i^{-1} – обернений коефіцієнт лінійного електрогіраційного ефекту; $A(\varepsilon_i^{-1}) = 2\alpha$; $A(\gamma_i^{-1}) = 2\alpha / (\varepsilon_0 \tilde{\gamma})$; α – коефіцієнт термодинамічного потенціалу

$$F = F_0 + \alpha (T - T_{Ci})P_S^2 + \frac{1}{2}F_4 P_S^4 + \frac{1}{3}F_6 P_S^6 + \dots, \qquad (1.22)$$

який не залежить від $P_{\rm S}$ та T [39]. Надалі, з використанням співвідношень (1.17) та (1.21), температурна залежність $\varepsilon^{-1}(\gamma^{-1})$ для всього досліджуваного зразка визначається як середнє по ансамблю локальних значень $\varepsilon_i^{-1}(\gamma_i^{-1})$:

$$\varepsilon^{-1}(\gamma^{-1}) = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^{-1}(\gamma_i^{-1}) \varphi(T_{Ci}).$$
(1.23)

Отже, в цьому випадку температурна залежність $\varepsilon^{-1}(\gamma^{-1})$ в сегнетоелектричній фазі інтерполюється співвідношенням (1.23) для певних визначених констант *N*, η_N та ω_N . В результаті такої інтерполяції визначаються параметри Θ , ΔT та α , які забезпечують найкраще узгодження інтерполяційної кривої з експериментальною температурною залежністю.

1.3. Аналіз оптичної активності в кристалах сімейства Pb5Ge3O11

1.3.1. Кристали Рb5Ge3O11, леговані Си

Вибір кристалів РGO, легованих іонами Cu²⁺ (PGO:Cu), в якості об'єктів дослідження зумовлений не лише необхідністю комплексної перевірки запропонованої методики визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних $\Phi\Pi$, яка повинна передбачати оцінку ступеня узгодженості параметрів Θ та ΔT , отриманих за інтерполяційними формулами (1.20) та (1.23), але й тим особливим місцем, яке леговані кристали PGO:Си займають серед кристалів сімейства PGO. Й дійсно, до останнього часу дослідження легованих кристалів сімейства PGO зазвичай зосереджувались лише на сполуках, у яких іон Pb²⁺ заміщувався іонами, які мають майже однаковий з ним іонний радіус. Так, наприклад, іонні радіуси R заміщень в твердих розчинах (Pb_{1-x}Bi_x)₅Ge₃O₁₁ та $(Pb_{1-x}Ba_x)_5Ge_3O_{11}$ становлять $R(Bi^{3+}) = 0,120$ нм та $R(Ba^{2+}) = 0,138$ нм відповідно, тоді як $R(Pb^{2+}) = 0,132$ нм. В такому випадку можна припустити, що іони Bi³⁺ та Ba^{2+} належним чином заміщують іони Pb^{2+} в кристалічній ґратці [18, 19, 40–42]. Натомість іони Cu²⁺ в легованих кристалах PGO:Cu, згідно з результатами їх досліджень методом електронного парамагнітного резонансу, займають три децентричні положення, зміщені в гратці від власних місць розташування іонів Pb²⁺. Іншими словами, іони Cu²⁺ в легованих кристалах PGO:Cu зміщені в площині, яка є нормальною до осі третього порядку, через істотну різницю між радіусами іонів Cu^{2+} та Pb^{2+} , оскільки $R(Cu^{2+}) = 0,070$ нм [43]. Вищевказані обставини зумовлюють важливість з'ясування впливу такого іонного заміщення на оптичну активність в легованих кристалах PGO:Cu, а також, з огляду на їхній зелений колір, вивчення дисперсій оптичного поглинання та оптичної активності в цих легованих кристалах.

Дослідження легованих кристалів $Pb_5Ge_3O_{11}:Cu^{2+}$ (PGO:Cu) проводилися на монодоменних зразках із концентраціями іонів $Cu^{2+} x$, які дорівнюють 0,10 (PGO:Cu_100); 0,14 (PGO:Cu_140); 0,20 (PGO:Cu_200) та 0,50 (PGO:Cu_500) ваг. % [37, 44, 45].

В результаті інтерполяції температурної залежності оптичної активності ρ для легованих кристалів PGO:Cu_140 за формулою (1.20) отримуються параметри розмитого сегнетоелектричного ФП $\Delta T = 40,42\pm1,93$ К, $\beta = 0,38\pm0,02$ та $\Theta = 440,6$ К з коефіцієнтом детермінації $R^2 = 0,990$.

Аналізуючи залежності зміни оптичної активності $\Delta \rho$ від напруженості зовнішнього електричного поля E_3 для легованих кристалів PGO:Cu_140 при різних температурах в околі точки ФП (Рисунок 1.5), можна побачити, що ці залежності утворюють петлі гістерезису, які внаслідок зменшення коерцитивного поля при нагріванні звужуються в процесі наближення до температури ФП, тоді як нахил їхніх лінійних частин при цьому зростає [37].



Рисунок 1.5. Залежність зміни оптичної активності $\Delta \rho$ від напруженості зовнішнього електричного поля E_3 для легованих кристалів PGO:Cu_140 в діапазоні температур 435,5–447,5 К ($\lambda = 632,8$ нм) [37].

Причому в загальному випадку величина такого нахилу J(T) визначається співвідношенням

$$J(T) = \frac{\partial(\Delta\rho(E_3, T))}{\partial E_3}\bigg|_{E_3 = 0}.$$
(1.24)

Як можна бачити, значення $\Theta = 440,6$ К, отримане в результаті інтерполяції температурної залежності оптичної активності ρ за формулою (1.20), достатньо добре узгоджується з температурою $T_{\rm E} = 444,5$ К, за якої нахил лінійної частини залежності зміни оптичної активності $\Delta \rho$ від напруженості зовнішнього електричного поля E_3 (1.24) досягає максимуму (Рисунок 1.5). Натомість температури $T_{\rm C}({\rm I}) = 460,8$ К та $T_{\rm C}({\rm II}) = 432,0$ К (Рисунок 1.3) більш суттєво відрізняються від температури $T_{\rm E} = 444,5$ К. Виходячи зі співвідношення для зміни оптичної активності

$$\Delta \rho = \frac{\pi n_0^3}{\lambda} \gamma_{333} E_3 \tag{1.25}$$

та формули (1.24), за даними експериментальних залежностей зміни оптичної активності $\Delta \rho$ від напруженості зовнішнього електричного поля E_3 , отриманих для різних температур T в околі точки ФП (Рисунок 1.5), було розраховано температурні залежності коефіцієнта індукованої електрогірації

$$\gamma_{333}(T) = \frac{\lambda}{\pi n_0^3} J(T)$$
 (1.26)

(Рисунок 1.6) та його оберненої величини γ_{333}^{-1} (Рисунок 1.7) для легованих кристалів PGO:Cu_140. При цьому для їхнього розрахунку величину звичайного показника заломлення було обрано як $n_o = 2,12$ – тобто, таку ж саму, що й для кристалів чистого PGO [46].



Рисунок 1.6. Температурні залежності коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333} для легованих кристалів PGO:Cu_140 (див. пояснення в тексті) [44].



Рисунок 1.7. Температурні залежності оберненого коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333}^{-1} для легованих кристалів PGO:Cu_140 (див. пояснення в тексті) [44].

Слід зауважити, що описана вище процедура визначення коефіцієнта γ_{333} за формулою (1.26) застосовується й в подальшому при аналізі індукованої електрогірації в легованих кристалах та твердих розчинах сімейства PGO.

Як можна бачити, коефіцієнт γ_{333} для легованих кристалів PGO:Cu_140 (Рисунок 1.6) досягає максимуму (11,0×10⁻¹² м/В) при температурі $T_{\rm E}$ = 444,5 К (штрихова пряма) [44].

коефіцієнта діелектричної Аналізуючи температурні залежності легованих проникності ε_{33} для кристалів чистого PGO та кристалів PGO:Cu 100, PGO:Cu 200 і PGO:Cu 500, виміряні вздовж оптичної осі (Рисунок 1.8), можна побачити, що при збільшенні концентрації іонів Cu²⁺ максимум коефіцієнта діелектричної проникності єз зміщується у бік нижчих температур, а величина цього максимуму зменшується [44].



Рисунок 1.8. Температурні залежності коефіцієнта діелектричної проникності ε_{33} : кола – PGO; квадрати – PGO:Cu_100; трикутники вершиною вверх – PGO:Cu_200; трикутники вершиною вниз – PGO:Cu_500 (отримані з використанням методу ємнісного містка на частоті електричного поля 10^3 Гц) [44].

При цьому коефіцієнт діелектричної проникності ε_{33} досягає максимуму при температурі $T_{\rm E}$, яка дорівнює 453,1 К для кристалів чистого PGO, 445,5 К для легованих кристалів PGO:Cu_100, 442,1 К для легованих кристалів PGO:Cu_200 та 431,1 К для легованих кристалів PGO:Cu_500 (Рисунок 1.8, штрихові прямі).

Температурні залежності обернених коефіцієнтів діелектричної проникності \mathcal{E}_{33}^{-1} (Рисунок 1.9) та індукованої електрогірації γ_{333}^{-1} (Рисунок 1.7) мають лінійний характер, який узгоджується із законом Кюрі-Вейса

$$\varepsilon_{33}^{-1} = 2\alpha \begin{cases} 2(T_{\rm C} - T); \ T < T_{\rm C} \\ (T - T_{\rm C}); \ T > T_{\rm C} \end{cases},$$
(1.27)

$$\gamma_{333}^{-1} = \frac{2\alpha}{\varepsilon_0 \tilde{\gamma}_{333}} \begin{cases} 2(T_{\rm C} - T); \ T < T_{\rm C} \\ (T - T_{\rm C}); \ T > T_{\rm C} \end{cases}$$
(1.28)

При цьому для легованих кристалів PGO:Cu 140 відношення обернених коефіцієнтів індукованої електрогірації сегнетоелектричної для та $(\gamma_{333}^{-1})_{T < T_{\scriptscriptstyle E}} / (\gamma_{333}^{-1})_{T > T_{\scriptscriptstyle E}}$ приблизно дорівнює фаз параелектричної 2,8 (Рисунок 1.7, штрих-пунктирні прямі). В свою чергу, відповідне відношення проникності $(\varepsilon_{33}^{-1})_{T < T_{r}} / (\varepsilon_{33}^{-1})_{T > T_{r}}$ коефіцієнтів діелектричної обернених приблизно дорівнює 2,8 для кристалів чистого PGO, 2,5 для легованих кристалів PGO:Cu 100, 1,92 для легованих кристалів PGO:Cu 200 та 1,8 для легованих кристалів PGO:Cu 500 (Рисунок 1.9) [44]. Певна відмінність вищевказаних величин від числа 2, яке передбачене співвідношеннями (1.27) та (1.28), ймовірно зумовлена розмиттям ФП в кристалах PGO:Cu, про що свідчать параметри інтерполяції (Таблиця 1.1), за яких досягається прийнятне (1.23)інтерполюючих 3 експериментальними узгодження кривих температурними залежностями \mathcal{E}_{33}^{-1} для легованих кристалів PGO:Cu_100, PGO:Cu 200 та PGO:Cu 500 (Рисунок 1.9, пунктирні криві).

Таблиця 1.1. Основні параметри інтерполяції температурних залежностей оберненого коефіцієнта діелектричної проникності \mathcal{E}_{33}^{-1} для кристалів чистого PGO та легованих кристалів PGO:Cu_100, PGO:Cu_200, PGO:Cu_500 [38].

Кристали	PGO	PGO:Cu_100	PGO:Cu_200	PGO:Cu_500
Θ, Κ	450,3±0,2	440,5±0,8	436,1±0,5	425,4±0,2
ΔT , K	4,70±0,52	7,58±1,74	9,10±1,29	9,45±0,58
α , 10 ⁻⁴ K ⁻¹	1,270±0,040	1,308±0,075	1,342±0,058	0,997±0,019
R^2	0,997	0,985	0,995	0,998



Рисунок 1.9. Температурні залежності оберненого коефіцієнта діелектричної проникності \mathcal{E}_{33}^{-1} : кола – PGO; квадрати – PGO:Cu_100; трикутники вершиною вверх – PGO:Cu_200; трикутники вершиною вниз – PGO:Cu 500 (див. пояснення в тексті) [44].

При цьому для кристалів чистого PGO величини параметрів Θ та ΔT , отримані в результаті інтерполяції температурної залежності оптичної активності (449,4 К та 5,47±0,42 К) та температурної залежності оберненого

коефіцієнта діелектричної проникності (450,3±0,2 К та 4,70±0,52 К) достатньо добре узгоджуються між собою.

В свою чергу, для легованих кристалів PGO:Cu_140 при інтерполяції температурної залежності оберненого коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333}^{-1} (Рисунок 1.7, пунктирна крива) отримуються параметри $\Theta = 435,5\pm16,0$ К та $\Delta T = 14,93\pm29,73$ К з коефіцієнтом детермінації $R^2 = 0,961$. Ці параметри достатньо добре узгоджуються з відповідними параметрами, отриманими в результаті інтерполяції температурної залежності оптичної активності – а саме, $\Theta = 440,6$ К та $\Delta T = 40,42\pm1,93$ К. З іншого боку, з огляду на відносно великі похибки визначення, інтерполяцію температурної залежності оберненого коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333}^{-1} доцільно здійснювати лише за наявності достатньо великої кількості точок такої температурної залежності. Крім того, на відміну від оптичної активності ρ та коефіцієнта діелектричної проникності ε_{33} , коефіцієнт індукованої електрогірації γ_{333} визначається опосередковано, за даними експериментальних залежностей $\Delta \rho = \Delta \rho(E_3)$ для різних температур *T*, з використанням часткової похідної (1.24) та формули (1.26), в якій, до того ж, необхідно враховувати вплив залежності $n_q = n_q(T)$.

(*x*,*T*)-фазова діаграма для системи PGO:Cu (Рисунок 1.10) демонструє, що збільшення концентрації іонів Cu²⁺ призводить до зниження температури ФП в легованих кристалах PGO:Cu.



Рисунок 1.10. (*x*,*T*)-фазова діаграма для системи PGO:Cu [44].

Аналізуючи спектральні залежності коефіцієнта оптичного поглинання κ та оптичної активності ρ для легованих кристалів PGO:Cu_140 (Рисунок 1.11), можна побачити, що, на відміну від кристалів чистого PGO, для яких довжина світлової хвилі, яка відповідає краю поглинання, дорівнює 430 нм [47], край поглинання для легованих кристалів PGO:Cu_140 дещо зміщений у бік більших довжин хвиль. Подібний ефект спостерігається у кристалах PGO, легованих іонами Fe³⁺ з *R*(Fe³⁺) = 0,074 нм [48].



Рисунок 1.11. Дисперсія коефіцієнта оптичного поглинання κ (незаповнені кола) та оптичної активності ρ (заповнені кола) для легованих кристалів PGO:Cu_140 при T = 300 K [45].

Спектральна залежність коефіцієнта оптичного поглинання κ для легованих кристалів PGO:Cu_140 має мінімум в районі $\lambda = 550$ нм; при цьому виглядає цілком резонним, що з ним збігається мінімум оптичної активності ρ . При подальшому збільшенні довжини хвилі величина коефіцієнта оптичного поглинання κ різко зростає, хоча для кристалів чистого PGO коефіцієнт оптичного поглинання в тому ж самому спектральному діапазоні (550–700 нм)

майже дорівнює нулю [49]. Очевидно, що таке збільшення коефіцієнта оптичного поглинання κ зумовлене впливом іонів Cu²⁺, які, ймовірно, створюють центри забарвлення та рівні домішок всередині забороненої зони, з огляду на свій порівняно малий іонний радіус ($R(Cu^{2+}) = 0,070$ нм).

1.3.2. Тверді розчини Pb5(Ge1-xSix)3O11 та (Pb1-xBax)5Ge3O11

Тверді розчини PGSO та PBaGO є прийнятними об'єктами для дослідження поведінки електрогірації в процесі ФП. Й дійсно, збільшення концентрації іонів Si⁴⁺ та Ba²⁺ при заміщенні ними іонів Ge⁴⁺ та Pb²⁺ в твердих розчинах PGSO та PBaGO відповідно призводить до зниження температури Кюрі $T_{\rm C}(I)$ в цих твердих розчинах [18, 40, 41, 50, 51]. При цьому, враховуючи те, що електрична провідність в кристалах чистого PGO зменшується зі зниженням температури [52], до твердих розчинів PGSO та PBaGO можна прикладати зовнішні електричні поля з більшою напруженістю.

Аналізуючи температурні залежності оптичної активності ρ для твердих розчинів PGSO із концентраціями іонів Si⁴⁺ x, які дорівнюють 0,03 (PGSO_3), 0,05 (PGSO_5), 0,10 (PGSO_10), 0,20 (PGSO_20) та 0,40 (PGSO_40), можна побачити, що заміщення іонів Ge⁴⁺ на іони Si⁴⁺ призводить до зменшення оптичної активності (Рисунок 1.12). При цьому швидкість зниження температури Кюрі $T_{\rm C}({\rm I})$ зі збільшенням концентрації іонів Si⁴⁺ є лінійною.

Залежність компоненти тензора гірації g_{33} від параметра $(T_{\rm C}({\rm I}) - T)^{1/2}$ для твердих розчинів PGSO є майже лінійною (Рисунок 1.13), що відповідає класичній температурній поведінці параметра порядку при ФП другого роду.

При інтерполяції залежностей компоненти тензора гірації g_{33} від спонтанної електричної поляризації P_S для твердих розчинів PGSO з використанням співвідношення

$$g_{33} = \tilde{\gamma}_{333} P_{\rm S} + \tilde{\beta}_{3333} P_{\rm S}^2 + \tilde{\delta}_{33333} P_{\rm S}^3 \tag{1.29}$$



Рисунок 1.12. Температурні залежності оптичної активності *ρ* для твердих розчинів PGSO [18, 50]. Штрихові криві – інтерполяції відповідних залежностей за формулою (1.20) [38].



Рисунок 1.13. Залежності компоненти тензора гірації g_{33} від параметра $(T_{\rm C}({\rm I}) - T)^{1/2}$ для твердих розчинів PGSO [53].

(коефіцієнт квадратичної спонтанної електрогірації $\tilde{\beta}_{3333} = 0$ згідно з умовами симетрії) отримуємо, що коефіцієнт лінійної спонтанної електрогірації $\tilde{\gamma}_{333}$ для кристалів PGO та твердих розчинів PGSO_3, PGSO_5, PGSO_10 дорівнює (59,7±0,6)×10⁻⁵ м²/Кл (Рисунок 1.14), тоді як коефіцієнт кубічної спонтанної електрогірації $\tilde{\delta}_{33333}$ для цих сполук є рівним (3,5±0,2)×10⁻² м⁶/Кл³ (штрихова крива). Натомість для твердого розчину PGSO_20 коефіцієнти $\tilde{\gamma}_{333}$ та $\tilde{\delta}_{33333}$ дорівнюють (50,2±0,5)×10⁻⁵ м²/Кл та (2,4±0,3)×10⁻² м⁶/Кл³ відповідно (штрихпунктирна крива). При цьому слід зауважити, що заміщення іонів Ge⁴⁺ на іони Si⁴⁺ при $x \leq 0,1$ в твердих розчинах PGSO практично не впливає на оптичну активність, викликану спонтанною електричною поляризацією $P_{\rm S}$.



Рисунок 1.14. Залежності компоненти тензора гірації g_{33} від спонтанної електричної поляризації P_S для твердих розчинів PGSO (див. пояснення в тексті) [51, 53].

Температурні залежності коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333} для твердих розчинів PGSO (Рисунок 1.15) подібні до температурних залежностей коефіцієнта діелектричної проникності [51]. При цьому лінійний характер температурних залежностей оберненого коефіцієнта індукованої

електрогірації γ_{333}^{-1} (Рисунок 1.16) узгоджується із законом Кюрі-Вейса (1.28).



Рисунок 1.15. Залежності коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333} від параметра ($T - T_E$) для твердих розчинів PGSO [18, 40, 50, 53].



Рисунок 1.16. Залежності оберненого коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333}^{-1} від параметра ($T - T_{\rm E}$) для твердих розчинів PGSO [18, 40, 50, 53].

Аналізуючи температурні залежності оптичної активності ρ для кристалів чистого PGO та твердих розчинів PBaGO з концентраціями іонів Ba²⁺ x, які дорівнюють 0,02 (PBaGO_2) й 0,05 (PBaGO_5) (Рисунок 1.17) можна побачити, що заміщення іонів Pb²⁺ іонами Ba²⁺ призводить до істотного зниження температури ФП та збільшення діапазону його розмиття. При цьому, на відміну від кристалів чистого PGO, які мають ФП другого роду, температурні залежності оптичної активності ρ для твердих розчинів PBaGO_2 та PBaGO_5 відходять від класичної поведінки, звичної для ФП другого роду. Про це свідчить нелінійна поведінка залежностей компоненти тензора гірації g₃₃ від параметра ($T_{\rm C}({\rm I}) - T$)^{1/2} для твердих розчинів PBaGO_2 та PBaGO_5 (Рисунок 1.18).



Рисунок 1.17. Температурні залежності оптичної активності ρ для кристалів чистого PGO та твердих розчинів PBaGO [18, 50]. Штрихові криві – інтерполяції відповідних залежностей за формулою (1.20) [38].



Рисунок 1.18. Залежності компоненти тензора гірації g_{33} від параметра $(T_{\rm C}({\rm I}) - T)^{1/2}$ для твердих розчинів РВаGO [53].

Максимальне значення коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333} , досягнуте при температурі $T_{\rm E}$ в твердих розчинах PBaGO_2, є вищим у порівнянні з відповідним значенням, отриманим для кристалів чистого PGO (Рисунок 1.19). В свою чергу, максимальне значення коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333} , досягнуте при температурі $T_{\rm E}$ в твердих розчинах PBaGO_5, є меншим у порівнянні з відповідними значеннями, отриманими для кристалів чистого PGO та твердих розчинів PBaGO_2, що може бути викликано розмиттям ФП, яке відбулося в твердих розчинах PBaGO_5. При цьому для твердих розчинів PBaGO лінійний характер залежностей оберненого коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333}^{-1} від параметра ($T - T_{\rm E}$) узгоджується із законом Кюрі-Вейса (1.28) (Рисунок 1.20).



Рисунок 1.19. Залежності коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333} від параметра ($T - T_E$) для твердих розчинів РВаGO [18, 40, 50, 53].



Рисунок 1.20. Залежності оберненого коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333}^{-1} від параметра ($T - T_{\rm E}$) для твердих розчинів PBaGO [18, 40, 50, 53].

Аналізуючи (*x*,*T*)-фазові діаграми для твердих розчинів PGSO та PBaGO (Рисунок 1.21), можна побачити, що як заміщення іонів Pb²⁺ іонами Ba²⁺ в твердих розчинах PBaGO, так й заміщення іонів Ge⁴⁺ іонами Si⁴⁺ в твердих розчинах PGSO призводить до зменшення температури ФП, хоча заміщення іонів Pb²⁺ іонами Ba²⁺ й викликає більш істотні зміни цієї температури. Такий результат корелює з даними роботи [27], згідно з якими основний внесок у спонтанну електричну поляризацію вносить зсув іонів Pb²⁺.



Рисунок 1.21. (*x*,*T*)-фазові діаграми для твердих розчинів PGSO та PBaGO [53].

Як (Таблиця 1.2), коефіцієнти бачити термодинамічного можна потенціалу (1.22) α та F_4 для твердих розчинів PGSO та PBaGO зменшуються зі зростанням концентрації іонів заміщення х (температурні залежності коефіцієнта діелектричної проникності та спонтанної електричної поляризації, необхідні для розрахунків, взяті з робіт [50] та [51]). При цьому значення коефіцієнта α, отримане за даними оптичних вимірювань, добре узгоджується з відповідним значенням, отриманим за допомогою діелектричних вимірювань [19, 30, 41]. З іншого боку, концентраційна поведінка коефіцієнта F_4 для твердих розчинів PBaGO, розрахована на основі оптичних вимірювань, є більш вираженою, ніж отримана в роботі [41] на основі діелектричних вимірювань. Цей факт може бути пов'язаний з певною різницею між температурними залежностями оптичної активності та спонтанної електричної поляризації для

Кристали	α , 10 ⁻⁴ K ⁻¹	F_4 , м ⁴ /Кл ²	$(\gamma_{333}^{-1})_{T < T_{\rm E}} / (\gamma_{333}^{-1})_{T > T_{\rm E}}$
PGO	0,5; 0,48 [19]	7,5; 16,55 [19]	2,9; 3,0 [19]
	0,38 [41]	25,2 [41]	2,0 [41]
PGSO_10	0,45	5,6	3,3
PGSO_40	0,36	0,9	4,0
PBaGO_2	0,16; 0,33 [41]	0,45; 22,5 [41]	4,8; 1,7 [41]
PBaGO_5	0,08; 0,29 [41]	0,1; 18,9 [41]	1,5; 1,6 [41]

Таблиця 1.2. Коефіцієнти термодинамічного потенціалу α та F_4 для твердих розчинів PGSO та PBaGO [53].

Оскільки перерахований коефіцієнт індукованої електрогірації $\tilde{\gamma}_{333} \approx \gamma_{333} / (\varepsilon_0 \varepsilon_{33})$, виражений через електричну поляризацію, для твердих розчинів PGSO (Рисунок 1.22) та PBaGO (Рисунок 1.23) не залежить ані від температури, ані від концентрації іонів заміщення *x*, можна стверджувати, що різниця у величині ефекту електрогірації, яка спостерігається для твердих розчинів PGSO та PBaGO, зумовлена виключно критичною поведінкою коефіцієнта діелектричної проникності в околі температури ФП.



Рисунок 1.22. Залежності коефіцієнта електрогірації $\tilde{\gamma}_{333}$ від параметра $(T - T_{\rm E})$ для твердих розчинів PGSO [53].



Рисунок 1.23. Залежності коефіцієнта електрогірації $\tilde{\gamma}_{333}$ від параметра $(T - T_{\rm E})$ для твердих розчинів РВаGO [53].

Оскільки тверді розчини PGSO та PBaGO мають розмиті ФП, вони можуть бути модельними об'єктами для перевірки вищевказаної методики визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних ФП. Як можна бачити, інтерполюючі криві (1.20) для твердих розчинів PGSO (Рисунок 1.12; Таблиця 1.3) та PBaGO (Рисунок 1.17; Таблиця 1.4) достатньо добре узгоджуються з експериментальними залежностями.

Таблиця 1.3. Основні параметри інтерполяції температурних залежностей оптичної активності *ρ* для твердих розчинів PGSO [38].

Кристали	PGSO_3	PGSO_5	PGSO_10	PGSO_20	PGSO_40
Θ, Κ	439,1	431,3	411,8	372,8	311,6
<i>T</i> _C (I), K	441,5	432,2	413,3	373,1	324,5
<i>T</i> _C (II), K [35]	438,7	429,4	410,5	371,0	310,3
ΔT , K	4,72±0,27	1,82±0,17	2,95±0,14	0,62±0,15	25,80±3,98
$\Delta T_{\rm C}$, K	2,8	2,8	2,8	2,1	14,2
β	0,39±0,01	0,39±0,01	0,37±0,01	0,37±0,01	0,40±0,01
$\beta(I)$	0,42	0,41	0,40	0,39	_*
β (II)	0,40	0,38	0,36	0,37	_*
R^2	0,998	0,999	0,999	0,996	0,994
* Провести коректні обчислення за наявних експериментальних даних не					
видається можливим.					

Таблиця 1.4. Основні параметри інтерполяції температурних залежностей оптичної активності *ρ* для кристалів чистого PGO та твердих розчинів PBaGO [38].

Кристали	PGO	PBaGO_2	PBaGO_5
Θ, Κ	449,4	412,6	356,1
<i>Т</i> _С (І), К	452,1	421,3	370,4
<i>T</i> _C (II), K [35]	447,0	403,0	341,0
ΔT , K	5,47±0,42	17,46±0,86	28,62±2,08
$\Delta T_{\rm C},{ m K}$	5,1	18,3	29,4
eta	0,40±0,01	0,27±0,02	0,27±0,04
$\beta(I)$	0,45	0,39	0,48
β (II)	0,42	0,30	0,26
R^2	0,998	0,994	0,994

При цьому для порівняння у вищевказаних таблицях вказані значення $T_{\rm C}$ і β , визначені з використанням методів І ($T_{\rm C}({\rm I})$ і $\beta({\rm I})$) та ІІ ($T_{\rm C}({\rm II})$ і $\beta({\rm II})$), а також різниці $\Delta T_{\rm C} = T_{\rm C}({\rm I}) - T_{\rm C}({\rm II})$.

1.3.3. Кристали Pb5Ge3O11, леговані Li, La, Eu, Nd та Bi

Окрім легованих кристалів PGO:Cu, розглянутих в параграфі 1.3.1, в лослілженнях температурної поведінки оптичної активності D використовувалися кристали PGO, леговані іонами Li⁺ (PGO:Li), La³⁺ (PGO:La), Eu³⁺ (PGO:Eu), Nd³⁺ (PGO:Nd) та комбінацією іонів Li⁺ й Bi³⁺ (PGO:LiBi). При цьому концентрації відповідних іонів у легованих кристалах PGO:X дорівнювали приблизно 0,005 (PGO:Li 005), 0,010 (PGO:Li 010), 0,020 PGO:Nd 020), (PGO:Eu 021) (PGO:La 020; 0,021 та 0.152 ваг. % (PGO:LiBi_152) [54].

Аналізуючи температурні залежності оптичної активності ρ для легованих кристалів PGO:Li_005, PGO:La_020, PGO:Eu_021 та PGO:LiBi_152 (Рисунок 1.24), можна побачити, що навіть невеликі концентрації іонів Li⁺, La³⁺, Eu³⁺ та Bi³⁺ спричиняють суттєві зміни величини оптичної активності та

знижують температуру Кюрі $T_{\rm C}(I)$ порівняно з кристалами чистого PGO. Крім того, на цих залежностях спостерігається певне розмиття ФП.



Рисунок 1.24. Температурні залежності оптичної активності *ρ* для легованих кристалів PGO:Li_005, PGO:La_020, PGO:Eu_021, PGO:LiBi_152 та PGO:Cu_140 [37, 54, 55]. Штрихові криві – інтерполяції відповідних залежностей за формулою (1.20) [38].

Слід зауважити, що, хоча оптична активність досліджуваних легованих кристалів порівняно з кристалами чистого PGO при кімнатній температурі є дещо нижчою, не можна однозначно стверджувати, що вищевказані домішки в цілому зменшують величину спонтанної електрогірації, оскільки стан насичення для цих кристалів при температурах 290–300 К ще не досягається.

При застосуванні описаної вище методики визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних ФП було отримано параметри інтерполяції (Таблиця 1.5), за яких досягається найкраще узгодження інтерполюючих кривих (1.20) з експериментальними температурними залежностями оптичної активності *р* для кристалів PGO:X.

r					
Кристали	PGO:Li_005	PGO:La_020	PGO:Eu_021	PGO:LiBi_152	PGO:Cu_140
Θ, Κ	441,4	430,5	435,0	409,3	440,6
$T_{\rm C}({\rm I}),{\rm K}$	444	434	440	413	460,8
$T_{\rm C}({\rm II}),{\rm K}$	440	428	432	408	432,0
$\Delta T, K$	5,19±0,38	7,07±0,35	9,95±1,34	7,46±0,48	40,42±1,93
$\Delta T_{\rm C},{ m K}$	4	6	8	5	28,8
β	0,41±0,01	0,34±0,01	0,37±0,03	0,33±0,01	0,38±0,02
$\beta(I)$	0,42	0,37	0,48	0,42	0,47
β (II)	0,39	0,33	0,43	0,39	0,34
R^2	0,998	0,999	0,991	0,997	0,990

Таблиця 1.5. Основні параметри інтерполяції температурних залежностей оптичної активності *р* для легованих кристалів PGO:X [38].

Слід параметри інтерполяції всі зауважити, шо температурних залежностей оптичної активності, оберненого коефіцієнта діелектричної проникності та оберненого коефіцієнта лінійного електрогіраційного ефекту були отримані для випадку $N = 10^3$. Це зумовлено тим, що практичне застосування запропонованої методики визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних ФП показало, що подальше збільшення значення *N* не призводить до суттєвого підвищення точності використовуваної моделі та більш кращої відповідності експерименту й теорії, натомість значно збільшуючи час, потрібний для здійснення комп'ютерних розрахунків за процедурою інтерполяції.

Як можна бачити, для досліджуваних твердих розчинів та легованих кристалів сімейства РGO виконується нерівність $T_{\rm C}({\rm II}) \leq \Theta \leq T_{\rm C}({\rm I})$ (Таблиця 1.3– Таблиця 1.5). У свою чергу, різниця $\Delta T_{\rm C} = T_{\rm C}({\rm I}) - T_{\rm C}({\rm II})$ за своєю величиною порівнянна з параметром інтерполяції ΔT . З огляду на це методи I та II в сукупності можуть розглядатися як експрес-тест для попередньої оцінки ступеня розмиття ФП.

Враховуючи наведені вище результати, можна зробити висновок про те, що запропонована методика визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних ФП має помітні переваги у порівнянні з іншими методами, які використовуються для розрахунку $T_{\rm C}$ та β [38]. Так, наприклад, вибір $T_{\rm C}$ як точки, де оптична активність ρ повністю зникає під час нагрівання досліджуваного зразка (метод I), не є валідним за умови, що при ФП спостерігається "хвіст" оптичної активності (тобто, відбувається саме розмитий ФП). Натомість визначення $T_{\rm C}$ як точки мінімуму температурної залежності похідної $d\rho^2/dT$ (метод II) [35] також не є беззаперечним. Й дійсно, у випадку $\beta < 0.5$, з огляду на співвідношення (1.12), отримуємо, що величина $d\rho^2/dT \propto - 2\beta/(T_{\rm C} - T)^{1-2\beta}$ при $T = T_{\rm C}$ має прямувати до $-\infty$, а не до певного скінченого значення (Рисунок 1.3).

Інша перевага полягає в тому, що визначення β за методами І та ІІ вимагає аналізу додаткової залежності – а саме, логарифмічної залежності Іп ρ від In($T_{\rm C} - T$). Крім того, для визначення $T_{\rm C}$ за методом ІІ необхідно також побудувати ще одну додаткову залежність – а саме, температурну залежність похідної $d\rho^2/dT$. При цьому вибір тієї частини логарифмічної залежності In ρ від In($T_{\rm C} - T$), яка має бути інтерпольована лінійною функцією, є достатньо суб'єктивним. Натомість запропонована методика визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних ФП спирається лише на процедуру інтерполяції залежності $\rho = \rho(T)$ та об'єктивне визначення параметра $T_{\rm CN}$ з цієї залежності як точки, в якій оптична активність ρ повністю зникає під час нагрівання досліджуваного зразка. Й, нарешті, ця методика, на відміну від інших підходів, дозволяє визначити область розмиття ΔT для розмитого сегнетоелектричного ФП.

Залежності коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333} від параметра ($T - T_E$) в околі точки ФП для легованих кристалів PGO:Li_005, PGO:Li_010, PGO:Eu_021 та PGO:LiBi_152 (Рисунок 1.25) виявляють аномалії, дуже подібні до аномалій, властивих для температурних залежностей коефіцієнта діелектричної проникності [42]. Так, зокрема, ці температурні залежності дещо розмиті поблизу точки T_E , що характерно для розмитих ФП [36].



Рисунок 1.25. Залежності коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333} від параметра ($T - T_{\rm E}$) для легованих кристалів PGO:X [54, 55].

Як можна бачити, експериментальні залежності оберненого коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333}^{-1} від параметра ($T - T_{\rm E}$) мають лінійний характер (Рисунок 1.26), який узгоджується із законом Кюрі-Вейса (1.28), незважаючи на відносно більший розкид точок даних (якщо порівняти їх, наприклад, з аналогічними даними для твердих розчинів PGSO [53]). З іншого боку, відношення коефіцієнтів обернених індукованої електрогірації ДЛЯ сегнетоелектричної та параелектричної фаз $(\gamma_{333}^{-1})_{T < T_E} / (\gamma_{333}^{-1})_{T > T_E}$, яке дорівнює 3,0 для кристалів PGO:Li 005, 3,8 для кристалів PGO:Li 010, 11,9 для кристалів PGO:Eu 021 та 5,7 для кристалів PGO:LiBi 152, суттєво відрізняється від числа 2, передбаченого співвідношеннями (1.28) для ФП другого роду в рамках класичної термодинамічної теорії.



Рисунок 1.26. Залежності оберненого коефіцієнта індукованої електрогірації γ_{333}^{-1} від параметра ($T - T_{\rm E}$) для легованих кристалів PGO:X [54, 55].

Ймовірно, що подібне відхилення відношення $(\gamma_{333}^{-1})_{T < T_E} / (\gamma_{333}^{-1})_{T > T_E}$, отриманого експериментально, від теоретичної величини пов'язане з впливом структурних дефектів, подібно до розмиття ФП.

Підсумовуючи результати дослідження індукованої електрогірації в кристалах та твердих розчинах сімейства РGO, досліджені сполуки було згруповано за величиною індукованої електрогірації (Таблиця 1.6). Як можна бачити, тверді розчини PGSO_10, PGSO_20 та леговані кристали PGO:Eu_021 є перспективними матеріалами для виготовлення на їхній основі пристроїв, які використовують у своїй роботі лінійний електрогіраційний ефект.

Кристали	<i>Т</i> _Е , К	$\gamma_{333}(T_{\rm E}), 10^{-12} { m m/B}$	$(\gamma_{333}^{-1})_{T < T_{\rm E}} / (\gamma_{333}^{-1})_{T > T_{\rm E}}$		
Висока індукована електрогірація (> 50 × 10 ⁻¹² м/В)					
PGSO_20	371,6	90,9	8,9		
PGO:Eu_021	436,0	87,2	11,9		
PGSO_10	412,3	76,9	3,3		
Середн	ія індукована елект	рогірація ((20–50) ×	10 ⁻¹² м/В)		
PGSO_40	310,4	35,7	4,0		
PGO:Li_005	437,0	25,5	3,0		
PGO:Li_010	435,0	22,7	3,8		
PGO:LiBi_152	411,0	20,1	5,7		
Низька індукована електрогірація (< 20 × 10 ⁻¹² м/В)					
PBaGO_2	413,2	17,2	4,8		
PGO	450,5	12,3	2,9		
PGO:Cu_140	444,5	11,0	2,8		
PBaGO_5	356,4	6,3	1,5		

Таблиця 1.6. Основні характеристики лінійного електрогіраційного ефекту для легованих кристалів та твердих розчинів сімейства PGO.

Висновки до Розділу 1

1. Проблема точного визначення критичного індексу β спонтанної електричної поляризації як параметру порядку, що полягає в неоднозначності вибору температури Кюрі $T_{\rm C}$ у випадку розмитого сегнетоелектричного ФП, може бути вирішена з використанням методики визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних ФП, яка базується на:

– узагальненій моделі розмитих ФП, в рамках якої досліджуваний зразок можна розділити на нескінченно велику кількість однорідних елементарних комірок таким чином, щоб ФП у кожній з цих комірок був нерозмитим та характеризувався певною локальною температурою Кюрі T_{Ci} (i = 1,...,N), де параметр $N \in \{2, 3, 4, ...\}$ визначає точність цієї моделі;

– гауссівському розподілі локальних температур Кюрі $\varphi(T_{Ci})$ в межах досліджуваного зразка, де роль математичного очікування відіграє так звана
середня температура Кюрі Θ, яка приймається за точку ФП та характеризує стан, коли половина досліджуваного зразка зазнає ФП;

– загальному співвідношенні для параметра порядку власного сегнетоелектричного $\Phi\Pi$ другого роду, яке записується для кожної з однорідних елементарних комірок (ρ_i).

2. Інтерполяція експериментально отриманої температурної залежності оптичної активності ρ , викликаної спонтанною електрогірацією, здійснюється кривою, що являє собою середнє по ансамблю локальних температурних залежностей ρ_i . В результаті такої інтерполяції визначаються середня температура Кюрі Θ , область розмиття $\Phi\Pi \Delta T$ та критичний індекс β , які забезпечують найкраще узгодження інтерполюючої кривої з експериментальною залежністю.

3. З використанням вищевказаної методики параметри розмитого сегнетоелектричного ФП Θ , ΔT та β визначено для кристалів чистого Pb₅Ge₃O₁₁, твердих розчинів Pb₅(Ge_{1-x}Si_x)₃O₁₁ (x = 0,03; 0,05; 0,10; 0,20; 0,40) та (Pb_{1-x}Ba_x)₅Ge₃O₁₁ (x = 0,02; 0,05), а також легованих кристалів Pb₅Ge₃O₁₁:Cu²⁺ (0,14 ваг. %), Pb₅Ge₃O₁₁:Li⁺ (0,005 ваг. %), Pb₅Ge₃O₁₁:La³⁺ (0,02 ваг. %), Pb₅Ge₃O₁₁:Eu³⁺ (0,021 ваг. %) й Pb₅Ge₃O₁₁:Li⁺, Bi³⁺ (0,152 ваг. %). При цьому порівняння запропонованої методики з іншими підходами до визначення температури Кюрі та критичного індексу параметру порядку свідчить про такі її істотні переваги, як валідність, об'єктивність, простота та можливість визначення області розмиття Φ П Δ *T*.

4. В результаті експериментального дослідження діелектричних та електрогіраційних властивостей легованих кристалів $Pb_5Ge_3O_{11}:Cu^{2+}$ (0; 0,10; 0,14; 0,20; 0,50 ваг. %) було побудовано (*x*,*T*)-фазову діаграму для системи $Pb_5Ge_3O_{11}:Cu^{2+}$, з якої випливає, що збільшення концентрації іонів Cu^{2+} призводить до зниження температури ФП. Також показано, що закон Кюрі-Вейса приблизно виконується для всіх досліджуваних легованих кристалів $Pb_5Ge_3O_{11}:Cu^{2+}$. Експериментальні дослідження дисперсії оптичної активності та поглинання легованих кристалів $Pb_5Ge_3O_{11}:Cu^{2+}$.

показали, що край поглинання цих кристалів порівняно з кристалами чистого $Pb_5Ge_3O_{11}$ дещо зміщений у довгохвильову область. При цьому в легованих кристалах $Pb_5Ge_3O_{11}:Cu^{2+}$ (0,14 ваг. %) виявлено збільшення як коефіцієнту оптичного поглинання, так й оптичної активності в спектральному діапазоні 550–700 нм. Швидше за все, це викликано домішками іонів Cu^{2+} – внаслідок порівняно малого іонного радіусу вони утворюють центри забарвлення та домішкові рівні у забороненій зоні.

5. За допомогою вищевказаної методики, адаптованої для інтерполяції температурних залежностей експериментальних даних, що характеризують індуковану електрогірацію та діелектричну проникність в кристалах з розмитими сегнетоелектричними ФП, для легованих кристалів $Pb_5Ge_3O_{11}:Cu^{2+}$ (0; 0,10; 0,14; 0,20; 0,50 ваг. %) було визначено параметри розмитого сегнетоелектричного ФП Θ та ΔT . При цьому виявлено, що для кристалів чистого $Pb_5Ge_3O_{11}$ та легованих кристалів $Pb_5Ge_3O_{11}:Cu^{2+}$ (0,14 ваг. %) ці параметри добре узгоджуються з відповідними параметрами, отриманими в результаті інтерполяції температурних залежностей оптичної активності, викликаної спонтанною електрогірацією.

6. B результаті аналізу температурної поведінки спонтанної та індукованої електрогірації твердих розчинах $Pb_{5}(Ge_{1-r}Si_{r})_{3}O_{11}$ В (x = 0.03; 0.05; 0.10; 0.20; 0.40) та $(Pb_{1-x}Ba_x)_5Ge_3O_{11}$ (x = 0.02; 0.05) в околі сегнетоелектричного $\Phi\Pi$ встановлено, що заміни іонів Pb²⁺ на іони Ba²⁺ та іонів Ge⁴⁺ на іони Si⁴⁺ не впливають на величину коефіцієнтів спонтанної електрогірації $\tilde{\gamma}_{333}$, визначених в одиницях оберненої спонтанної електричної поляризації. В свою чергу, температурна поведінка коефіцієнтів індукованої електрогірації узз, визначених в одиницях оберненої напруженості зовнішнього електричного поля, в околі температури ФП визначається критичною поведінкою коефіцієнта діелектричної проникності. Встановлено, що для твердих розчинів $Pb_5(Ge_{1-x}Si_x)_3O_{11}$ та $(Pb_{1-x}Ba_x)_5Ge_3O_{11}$ приблизно виконується закон Кюрі-Вейса, а ізовалентне заміщення призводить до зниження температури ФП та зменшення коефіцієнтів термодинамічного потенціалу.

7. Результати аналізу температурної поведінки спонтанної та індукованої електрогірації в кристалах $Pb_5Ge_3O_{11}$, легованих іонами Li⁺, La³⁺, Eu³⁺, Nd³⁺ та Bi³⁺, свідчать про те, що введення цих легуючих домішок помітно впливає на ФП та змінює його кількісні параметри – зокрема, зміщує ФП в бік нижчих температур та розмиває його. При цьому температурні залежності оберненого коефіцієнта індукованої електрогірації для цих легованих кристалів мають лінійний характер, який узгоджується із законом Кюрі-Вейса.

8. В твердих розчинах $Pb_5(Ge_{0,9}Si_{0,1})_3O_{11}$, $Pb_5(Ge_{0,8}Si_{0,2})_3O_{11}$ та легованих кристалах $Pb_5Ge_3O_{11}$: Eu^{3+} (0,021 ваг. %) виявлено істотне збільшення величини індукованої електрогірації у порівнянні як з кристалами чистого $Pb_5Ge_3O_{11}$, так й з іншими легованими кристалами та твердими розчинами цього сімейства. При цьому зниження температури Кюрі у вищевказаних сполуках забезпечує додаткові переваги в експлуатації електрогіраційних елементів на їхній основі. Таким чином, тверді розчини $Pb_5(Ge_{0,9}Si_{0,1})_3O_{11}$, $Pb_5(Ge_{0,8}Si_{0,2})_3O_{11}$ та леговані кристали $Pb_5Ge_3O_{11}$: Eu^{3+} (0,021 ваг. %) можна віднести до категорії перспективних електрогіраційних матеріалів.

РОЗДІЛ 2. МАГНІТО-ІНДУКОВАНА ОПТИЧНА АКТИВНІСТЬ ТА ТЕМПЕРАТУРНА ПОВЕДІНКА АНІЗОТРОПІЇ В ЛУЖНО-БОРАТНИХ І ХАЛЬКОГЕНІДНИХ СПОЛУКАХ

2.1. Ефект Фарадея в лужно-боратних і халькогенідних сполуках

Халькогенідні кристали Tl₃AsS₄, AgGaGeS₄, AgGaGe₃Se₈ та халькогенідні тверді розчини Tlln(S_{1-x}Se_x)₂, що були обрані в якості об'єктів дослідження фарадеївської оптичної активності в рамках цієї дисертації, в загальному випадку можуть розглядатися як матеріали, придатні для використання у галузі акустооптики. З огляду на це результати таких досліджень в подальшому будуть використовуватися в Розділі 5 при аналізі впливу фарадеївської оптичної активності АО дифракції.

Так, широковідомі АО кристали Tl₃AsS₄ зазвичай застосовуються в АО дефлекторах оптичного випромінювання, АО модуляторах добротності лазерного випромінювання та АО перестроюваних фільтрах у відносно низькочастотному (< 6×10⁸ Гц) акустичному діапазоні та видимому й ближньому інфрачервоному оптичних діапазонах [56–60]. При цьому використовується АО дифракція Брегга падаючої оптичної хвилі, яка поляризована вздовж кристалографічної осі *с* та поширюється вздовж кристалографічної осі *b*, на поздовжній АХ, яка поширюється вздовж кристалографічної осі *c* [57]. Саме за вищевказаної робочої геометрії АО взаємодії в кристалах Tl₃AsS₄ досягається максимальне значення КАОЯ, яке дорівнює 792,8×10⁻¹⁵ c³/кг для довжини оптичної хвилі $\lambda = 632,8$ нм та швидкості АХ *v* = 2150 м/с [57].

Натомість експериментальні дослідження та аналіз анізотропії швидкостей AX в кристалах AgGaGeS₄ та AgGaGe₃Se₈ з врахуванням неортогональності AX показали, що для кристалів AgGaGeS₄ у випадку AO взаємодії в головній кристалографічній площині *ac* з найповільнішою QT AX ($v_{13} = 1570$ м/с) КАОЯ може бути оцінений як 500×10^{-15} с³/кг при $\lambda = 632,8$ нм [61]. В свою чергу, для кристалів AgGaGe₃Se₈ КАОЯ може бути оцінений як $280 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ при $\lambda = 632,8$ нм у випадку АО взаємодії в головній кристалографічній площині *ac* з найповільнішою QT AX (*v* = 853 м/c), яка поширюється під кутом 49° до кристалографічної осі *a* та поляризована перпендикулярно до кристалографічної осі *b* [62].

Дослідження АО властивостей твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ на сьогоднішній день обмежуються лише кристалами β-TlInS₂, які можуть розглядатися як тверді розчини TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з концентрацією Se x = 0. Так, експериментальні дослідження та аналіз анізотропії швидкостей AX в кристалах β-TlInS₂ з врахуванням неортогональності AX показали, що для цих кристалів у випадку AO взаємодії з найповільнішими QT AX (v_{13} , v_{23} , v_{32} , v_{31} , $v_{63} \approx 725$ м/с; Z(3)||c, Y(2)||b, $X(1)\perp(bc)$) КАОЯ може бути оцінений як (2200–9000)×10⁻¹⁵ с³/кг при $\lambda = 632,8$ нм, що дозволяє віднести кристали β-TlInS₂ до одного з найбільш ефективних AO матеріалів [63].

Крім того, халькогенідні кристали Tl_3AsS_4 , AgGaGeS₄, AgGaGe₃Se₈ та халькогенідні тверді розчини $TlIn(S_{1-x}Se_x)_2 \in$ оптично двовісними AO середовищами, чим зумовлена певна специфіка дослідження їхньої фарадеївської оптичної активності.

Фарадеївська оптична активність. відміну від лінійного на електрогіраційного ефекту, розглянутого у Розділі 1, можлива також й в ізотропних тілах [16]. Виникнення фарадеївської оптичної активності зумовлено зміною тензора діелектричної непроникності (оптичних констант) В прозорого матеріального поляризаційних середовища V зовнішньому магнітному полі з напруженістю H. шо описується співвідношенням

$$E_{j} = \varepsilon_{0}^{-1} (B_{jn}^{0} + i\delta_{jnl}F_{lk}H_{k})D_{n}, \qquad (2.1)$$

де F_{lk} – компоненти тензора Фарадея **F**, який є полярним тензором другого рангу. Як можна бачити, рівняння (2.1) за своєю структурою нагадує

матеріальне рівняння оптично активного середовища (1.5) й повністю з ним співпадає за умови ототожнення аксіальних векторів **FH** та **gm** [16].

В загальному випадку ефект Фарадея полягає в тому, що прозоре матеріальне середовище (ізотропне або анізотропне) стає оптично активним у зовнішньому магнітному полі – тобто, оптичні хвилі, що поширюються в цьому середовищі за таких умов, є еліптично-поляризованими або циркулярно-поляризованими [16].

Слід зауважити, що, оскільки ефект Фарадея зазвичай є значно меншим за природну оптичну активність, він, окрім оптично ізотропних середовищ, практично спостерігається лише при поширенні оптичної хвилі вздовж оптичної осі кристалу як додатковий поворот площини поляризації лінійнополяризованого світла на деякий кут $\Delta \varphi_H$, який виникає при дії на кристал зовнішнього магнітного поля з напруженістю **H**. При цьому фарадеївська оптична активність такого кристалу характеризується параметром

$$\Delta \rho_H = \frac{\Delta \varphi_H}{d} = \frac{\pi n^3}{\lambda} F_{ij} H_j, \qquad (2.2)$$

де *d* та *n* – відповідно товщина та показник заломлення кристалу в напрямку оптичної осі.

Як можна бачити зі співвідношення (2.2), на відміну від оптично одновісних кристалів, де компонента тензора Фарадея F_{33} експериментально визначається при поширенні оптичної хвилі та прикладанні зовнішнього магнітного поля вздовж оптичної осі кристалу, експериментальне визначення коефіцієнтів Фарадея F_{ij} у випадку оптично двовісних кристалів являє собою нетривіальне завдання, яке буде вирішуватися у рамках цієї дисертації для халькогенідних кристалів Tl₃AsS₄, AgGaGeS₄, AgGaGe₃Se₈ та халькогенідних твердих розчинів Tlln(S_{1-x}Se_x)₂ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25).

Для перевірки точності експериментальної установки в якості модельних об'єктів використовувалися ізотропні лужно-боратні стекла LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀,

LiCsB₆O₁₀, з огляду на відносно невеликі значення їхніх магнітооптичних параметрів.

2.1.1. Стекла LiKB4O7, Li2B6O10 та LiCsB6O10

Лужно-боратні сполуки в загальному випадку є екологічно перспективними оптичними матеріалами, які не містять іонів свинцю; при цьому вони стійкі до потужного оптичного випромінювання та мають широкий діапазон оптичної прозорості – від вакуумного ультрафіолету до інфрачервоної області спектру [64–69].

Лужно-боратні кристали можуть бути використані як АО матеріали -AO маніпуляцій 3 лазерним випромінюванням зокрема, для В короткохвильовому спектральному діапазоні [70–75]. Слід зауважити, що, оскільки для АО взаємодій не потрібна відсутність центру симетрії, вони принципово можливі навіть в ізотропних стеклах. З огляду на це стекла різного лужно-боратні хімічного складу (зокрема, стекла) достатньо успішно використовуються в різноманітних АО приладах [76].

Результати експериментальних досліджень та аналізу АО властивостей лужно-боратних стекол LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀, LiCsB₆O₁₀ показали, для них як оптично ізотропних середовищ [77] характерні наступні типи АО взаємодій [78, 79]:

– тип (I): АО взаємодія PL AX зі швидкістю v_{11} , що поширюється вздовж осі X, з падаючою оптичною хвилею, для якої вектор електричної індукції **D** є паралельним осі Y;

– тип (II): АО взаємодія PL AX зі швидкістю v_{11} , що поширюється вздовж осі X, з падаючою оптичною хвилею, для якої вектор електричної індукції **D** лежить у площині XZ під кутом Брегга $\theta_{\rm B}$ до осі X;

– тип (III): АО взаємодія РТ АХ зі швидкістю v_{13} , що поширюється вздовж осі X та поляризована вздовж осі Z, з падаючою оптичною хвилею, для якої

вектор електричної індукції **D** лежить у площині *XZ* під кутом Брегга $\theta_{\rm B}$ до осі *X*.

Причому для лужно-боратних стекол LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀, LiCsB₆O₁₀ при $\lambda = 632,8$ нм їхні максимальні значення КАОЯ ((4,343±0,367)×10⁻¹⁵ с³/кг, (2,819±0,362)×10⁻¹⁵ с³/кг, (7,443±0,529)×10⁻¹⁵ с³/кг відповідно) досягаються у випадку типу (I) АО взаємодії, де швидкість PL AX v_{11} дорівнює (5726±80) м/с, (5764±89) м/с, (4606±27) м/с відповідно [79].

Щодо можливих перспектив використання лужно-боратних стекол у сфері магнітооптики слід зауважити, що до об'ємних магнітооптичних матеріалів зазвичай належать магнітно-впорядковані тверді тіла, непрозорі у видимій та ультрафіолетовій областях спектру [80–83]. У зв'язку з цим важливості та актуальності набуває дослідження магнітооптичних властивостей таких магнітно-невпорядкованих середовищ, як лужно-боратні стекла, що прозорі саме в цих спектральних діапазонах.

Фарадеївська оптична активність у лужно-боратних стеклах LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀ та LiCsB₆O₁₀ досліджувалася за допомогою експериментальної установки на основі однопроменевого поляриметра (Рисунок 2.1).



Рисунок 2.1. Схема експериментальної установки для дослідження магнітооптичного ефекту Фарадея: 1 – Не-Ne лазер (λ = 632,8 нм); 2 і 6 – поляризатори Глана-Томсона; 3 – електромагніт; 4 – досліджуваний зразок; 5 – модулятор Фарадея; 7 – фотопомножувач; 8 – осцилограф [84].

Константа Верде V_F та коефіцієнт Фарадея F розраховувалися за формулами

$$V_F = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\rho}{H}\right), \quad F = \frac{\lambda}{\pi n^3} \left(\frac{\rho}{H}\right), \tag{2.3}$$

де $\rho = \varphi/d$ – питомий поворот площини поляризації світла; φ – загальний кут повороту площини поляризації світла, виміряний в експерименті; H – напруженість магнітного поля вздовж напрямку поширення світла, d – товщина досліджуваного зразка вздовж напрямку поширення світла, n – показник заломлення, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала.

Показники заломлення для лужно-боратних стекол LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀ та LiCsB₆O₁₀ при $\lambda = 632,8$ нм дорівнюють 1,519, 1,527 та 1,516 відповідно [78]. Типові середні розміри досліджуваних зразків становили близько 0,7×4×5 см³. Усі стекла були прозорі, безбарвні та достатньо високої оптичної якості. Щоб переконатися у відсутності в них залишкових напружень (й відповідного оптичного двозаломлення), фарадеївська оптична активність досліджувалася при різних азимутах площини поляризації падаючого світла [84].

Результати експериментальних досліджень фарадеївської оптичної активності для стекол LiKB₄O₇ (Рисунок 2.2), LiCsB₆O₁₀ (Рисунок 2.3) та Li₂B₆O₁₀ (Рисунок 2.4), проведених для різних азимутів площини поляризації падаючого світла, показали, що, незалежно від величини цього азимута, питомі кути повороту Фарадея є однаковими, що свідчить про ізотропність та однорідність досліджуваних лужно-боратних стекол [84].

Як можна бачити, константи Верде лужно-боратних стекол LiKB₄O₇, LiCsB₆O₁₀ та Li₂B₆O₁₀ істотно не відрізняються (Таблиця 2.1). В свою чергу, стекла LiCsB₆O₁₀ та Li₂B₆O₁₀ мають дещо вищі магнітооптичні коефіцієнти, аніж скло LiKB₄O₇.



Рисунок 2.2. Залежності *ρ* = *ρ*(*H*) для скла LiKB₄O₇ при різних азимутах площини поляризації падаючого світла: суцільна пряма – інтерполяція лінійною функцією [84].



Рисунок 2.3. Залежності $\rho = \rho(H)$ для скла LiCsB₆O₁₀ при різних азимутах площини поляризації падаючого світла: суцільна пряма — інтерполяція лінійною функцією [84].



Рисунок 2.4. Залежність $\rho = \rho(H)$ для скла Li₂B₆O₁₀ при різних азимутах площини поляризації падаючого світла: суцільна пряма — інтерполяція лінійною функцією [84].

Таблиця 2.1. Константи Верде V_F та магнітооптичні коефіцієнти Фарадея *F*, експериментально отримані для стекол LiKB₄O₇, LiCsB₆O₁₀ та Li₂B₆O₁₀ при $\lambda = 632,8$ нм [84].

Хімічний склад скла	V_{F} , (Тл×м) ⁻¹	<i>F</i> , 10 ⁻¹³ м/А
$LiKB_4O_7$	4,02±0,29	2,91±0,21
$LiCsB_6O_{10}$	4,53±0,47	3,22±0,34
$Li_2B_6O_{10}$	4,21±0,34	3,06±0,25

Порівняємо отримані магнітооптичні параметри досліджуваних лужноборатних стекол з аналогічними параметрами відомих магнітооптичних матеріалів. Так, наприклад, константа Верде дорівнює 115 $(T_{\Lambda \times M})^{-1}$ для кристалів Sn₂P₂S₆ [85], 187 $(T_{\Lambda \times M})^{-1}$ для кристалів ZnTe та 147 $(T_{\Lambda \times M})^{-1}$ для кристалів Cu₂O [80]. Один з найкращих магнітооптичних матеріалів, кристал Tb₃Ga₅O₁₂, характеризується константами Верде 134 $(T_{\Lambda \times M})^{-1}$ на довжині хвилі 632,8 нм та 36,4 $(T_{\Lambda \times M})^{-1}$ на довжині хвилі 1053 нм [83]. Як можна бачити, наведені вище магнітооптичні параметри суттєво перевищують константи Верде лужно-боратних стекол LiKB₄O₇, LiCsB₆O₁₀ та Li₂B₆O₁₀. Тим не менше, вони виявляють деякі переваги в порівнянні зі згаданими вище кристалами. А саме, лужно-боратні стекла нетоксичні, прості в отриманні, прозорі в широкому спектральному діапазоні, в тому числі ультрафіолетовому, й, крім того, мають високу стійкість до потужного лазерного випромінювання.

2.1.2. Кристали Tl₃AsS₄

Кристал Tl₃AsS₄ є оптично двовісним орторомбічним кристалом, який належить до точкової групи симетрії mmm [57]. При цьому його головні показники заломлення дорівнюють $n_a^{\ g} = 2,829$, $n_b^{\ p} = 2,774$ та $n_c^{\ m} = 2,825$ при $\lambda = 632,8$ нм [57], а структура характеризується чотирма формульними одиницями на елементарну комірку [86]. Параметри елементарної комірки кристалу Tl₃AsS₄ дорівнюють a = 8,98 Å, b = 10,8 Å та c = 8,86 Å [57, 58] – тобто, виконується типова для неполярних орторомбічних кристалів нерівність c < a < b. Кристал Tl₃AsS₄ прозорий у спектральному діапазоні 0,6–12 мкм [57].

Незважаючи на наявну інформацію про низку фізичних властивостей кристалів Tl_3AsS_4 , ці кристали не були вивчені достатньо детально, й відповідні літературні дані є до сих пір недостатніми. Так, зокрема, можна припустити, що кристали Tl_3AsS_4 можуть бути ефективно використані в інших галузях оптоелектроніки, відмінних від акустооптики. В цих кристалах, які є центросиметричними, не можуть проявлятися такі оптичні ефекти, як лінійний електрооптичний ефект (ефект Покельса) або генерація другої оптичної гармоніки. З іншого боку, симетрією кристалів Tl_3AsS_4 допускаються ефекти індукованої оптичної активності – зокрема, ефект Фарадея.

При кімнатній температурі та для довжини оптичної хвилі $\lambda = 632,8$ нм площина, що містить оптичні осі кристалу Tl₃AsS₄, збігається з кристалографічною площиною *ab*, де вісь *b* являє собою гостру бісектрису кута $2\Theta = (28,46\pm0,10)^{\circ}$ [56] між оптичними осями. Це значення добре узгоджується зі значенням $2\Theta = 29,76^{\circ}$, яке було розраховане за показниками заломлення

кристалів Tl₃AsS₄ [57].

Для випадку точкової групи симетрії mmm тензор Фарадея в системі координат, пов'язаній з головними осями *X*, *Y*, *Z* еліпсоїда оптичної індикатриси, набуває наступного вигляду [87]:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{11} & 0 & 0\\ 0 & F_{22} & 0\\ 0 & 0 & F_{33} \end{bmatrix}.$$
 (2.4)

При цьому осі X, Y та Z відповідають кристалографічним осям a, b та c кристалів Tl₃AsS₄. Запишемо тензор Фарадея **F**, заданий рівнянням (2.4), в системі координат X'Y'Z' з використанням матриці повороту **C** навколо осі $Z \equiv Z'$ на кут Θ , яка задається наступним співвідношенням:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & -\sin\Theta & 0\\ \sin\Theta & \cos\Theta & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (2.5)

В такому випадку тензор **F'** буде дорівнювати:

$$\mathbf{F}' = \mathbf{C}'\mathbf{F}\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta & 0 \\ -\sin\Theta & \cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} & 0 & 0 \\ 0 & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Theta & -\sin\Theta & 0 \\ \sin\Theta & \cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11}\cos\Theta & -F_{11}\sin\Theta & 0 \\ F_{22}\sin\Theta & F_{22}\cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & F_{33} \end{bmatrix} =$$
(2.6)
$$= \begin{bmatrix} F_{11}\cos^{2}\Theta + F_{22}\sin^{2}\Theta & (F_{22} - F_{11})\sin\Theta\cos\Theta & 0 \\ (F_{22} - F_{11})\sin\Theta\cos\Theta & F_{11}\sin^{2}\Theta + F_{22}\cos^{2}\Theta & 0 \\ F_{11}\sin\Theta\cos\Theta & -F_{11}\sin^{2}\Theta & F_{33} \end{bmatrix}.$$

Коли лінійно-поляризована оптична хвиля падає на кристал Tl₃AsS₄ вздовж напрямку Y' (тобто, вздовж однієї з його оптичних осей) та вздовж цього ж самого напрямку прикладено зовнішнє магнітне поле з напруженістю $H_{Y'}$, ефект Фарадея у вищевказаній геометрії експерименту проявляється виключно як поворот площини поляризації лінійно-поляризованого світла, питома величина $\Delta \rho_{Y'}$ якого, з врахуванням співвідношення (2.2), дорівнює

$$\Delta \rho_{Y'} = \frac{\pi n_c^3}{\lambda} F'_{22} H_{Y'}, \qquad (2.7)$$

де *F*₂₂ позначає ефективний коефіцієнт Фарадея, який відповідає системі координат *X'Y'Z'*:

$$F_{22}' = F_{11}\sin^2\Theta + F_{22}\cos^2\Theta = 0,06F_{11} + 0,94F_{22} = \frac{\lambda}{\pi n_c^3} \left(\frac{\Delta\rho_{Y'}}{H_{Y'}}\right).$$
 (2.8)

Константа Верде V_F для кристалу Tl₃AsS₄ визначається співвідношенням

$$V_F = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\Delta \rho_{Y'}}{H_{Y'}} \right). \tag{2.9}$$

Отже, можна визначити ефективний коефіцієнт Фарадея F'_{22} для кристалів Tl₃AsS₄, використовуючи просту та пряму техніку для вимірювання оптичної активності при поширенні світла вздовж однієї з оптичних осей [87].

Для експериментального дослідження фарадеївської оптичної активності застосовується однопроменева поляриметрична схема (Рисунок 2.1). При цьому плоскопаралельна кристалічна пластина, розміщена між полюсами електромагніту, який створює поздовжнє магнітне поле, орієнтується таким чином, щоб центр коноскопічних кілець співпадав з центром світлового променя. Товщина кристалічного зразка вздовж напрямку поширення світла (тобто, вздовж однієї з оптичних осей) становить d = 2,83 мм.

Залежність зміни (приросту) оптичної активності від напруженості зовнішнього магнітного поля (2.7) для кристалів Tl₃AsS₄ (Рисунок 2.5) є фактично лінійною, як це й повинно бути у випадку фарадеївської оптичної активності. Ефективний коефіцієнт Фарадея F'22, розрахований за допомогою стандартної процедури лінійної інтерполяції експериментальних даних. дорівнює $(9,23\pm0,21)\times10^{-13}$ м/А, тоді як відповідна константа Верде V_F становить (82,21 \pm 1,82) (Тл×м)⁻¹. Вищевказані значення є достатньо високими, щоб кристали Tl₃AsS₄ можна було достовірно віднести до одних з найбільш магнітооптичних ефективних матеріалів (принаймні, серед магнітноневпорядкованих кристалічних матеріалів). Й дійсно, константа Верде для кристалів Tl₃AsS₄ є співмірною з відповідними характеристиками таких відомих магнітооптичних матеріалів, як кристали Sn₂P₂S₆ [85], Tb₃Ga₅O₁₂ [83], ZnTe та Cu₂O [80], а також суттєво перевищує константи Верде для лужноборатних стекол LiKB₄O₇, LiCsB₆O₁₀ та Li₂B₆O₁₀.



Рисунок 2.5. Залежність $\Delta \rho = \Delta \rho(H)$ для кристалів Tl₃AsS₄ при $\lambda = 632,8$ нм: суцільна пряма – інтерполяція лінійною функцією [87].

2.1.3. Кристали AgGaGe₃Se₈ та AgGaGeS₄

Одним з представників групи комплексних халькогенідів AgGaGe_nSe_{2(n+1)} (твердих розчинів у системі AgGaSe₂ – nGeSe₂, де $n \in N$) є кристали AgGaGe₃Se₈ (n = 3) [88].

Головні показники заломлення кристалу AgGaGe₃Se₈ дорівнюють $n_a = 2,769$, $n_b = 2,761$ та $n_c = 2,602$ при $\lambda = 632,8$ нм [88]. Кристалічна гратка кристалу AgGaGe₃Se₈ може бути представлена у вигляді кластера, утвореного атомами Se, що оточують статистичну суміш 0,25Ga+0,75Ge; при цьому атоми Ag розташовані в порожнечах кластерів [89]. Загалом кристали AgGaGe₃Se₈ є прозорими в спектральному діапазоні 600–16000 нм, хоча й мають низку піків поглинання, розташованих на довжинах хвиль 2844,1; 10020,0; 12853,5 та 13297,9 нм [90, 91].

Низка попередніх досліджень показала, що сполука AgGaGe₃Se₈ являє собою матеріал, який можна використовувати в різних галузях оптичної зокрема, електричні, оптичні та термоелектричні промисловості. Так, властивості кристалів AgGaGe₃Se₈ вказують на те, що вони можуть знайти своє практичне застосування в нелінійній оптиці та виготовленні гетеропереходів [92]. Дослідження групи комплексних халькогенідів AgGaGe_nSe_{2(n+1)} показали, що кристал AgGaGe₃Se₈ займає в ній особливе місце та заслуговує на подальшу увагу, особливо щодо стабільності його складу в процесі росту [88]. Дослідження фотоіндукованої анізотропії в кристалах AgGaGe₃Se₈:Си для довжин хвиль 532 та 1300 нм виявили фотоіндуковані зміни, характерні для невпорядкованих матеріалів, хоча необоротний фон в цих кристалах є меншим, ніж той, що спостерігається для невпорядкованих речовин; крім того, кристали AgGaGe₃Se₈:Си є більш стійкими до лазерного опромінення [89]. Спектральна кінетика, викликана в кристалах AgGaGe₃Se₈:Си інфрачервоним лазером $(\lambda = 10600 \text{ нм})$, може бути використана для керування густиною потужності СО₂-лазерів [93]. Зворотний п'єзоелектричний ефект, фотоіндукований в кристалах AgGaGe₃Se₈ для $\lambda = 532$ нм, також може бути застосований у

лазерно-керованих п'єзотронних пристроях [94]. У той самий час інші оптичні (зокрема, магнітооптичні) властивості кристалів AgGaGe₃Se₈ вивчені набагато менш детально.

Кристали AgGaGeS₄ є єдиною четвертинною сполукою в псевдотрійній системі $Ag_2S - Ga_2S_3 - GeS_2$ [95]. Параметри елементарної комірки кристалу AgGaGeS₄ дорівнюють a = 12,028 Å, b = 22,918 Å та c = 6,874 Å (Z = 12), а її густина становить $3,80 \times 10^3$ кг/м³ [96]. Сполука AgGaGeS₄ є високоопірним напівпровідником з питомою провідністю $\sigma = 1.67 \times 10^{-7} (OM \times M)^{-1}$ при 300 К; при цьому вона являє собою слабо виражений матеріал р-типу [97]. Відомо також, що кристал AgGaGeS₄ є прозорим у середньому інфрачервоному спектральному діапазоні (0,5–11,5 мкм) із шириною забороненої зони $E_{g} = 2,78 \text{ eB}$ [98, 99]. Виявляючи досить високі оптичні сприйнятливості другого порядку ($d_{31} = 15 \times 10^{-12}$ м/В, $d_{32} = 8 \times 10^{-12}$ м/В та $d_{33} = 8 \times 10^{-12}$ м/В [96]), кристал AgGaGeS₄ є привабливим для генерації оптичних гармонік й, зокрема, для застосування в параметричних осциляторах [96, 100-102]. Крім того, дослідження AgGaGeS₄ попередні показали, що кристали можна використовувати в багатьох інших оптичних пристроях. Так, наприклад, застосування кристалів AgGaGeS₄ для перетворення частоти в пристроях лідарного зондування атмосфери генерувати дозволить оптичне випромінювання в діапазоні 1,5–4,0 мкм, де присутні сильні смуги поглинання низки атмосферних газів [103]. Дослідження радіаційної стійкості кристалу AgGaGeS₄ показали, що поріг його лазерного пошкодження становить 2.5×10^{12} Вт/м² для імпульсів з тривалістю 3×10^{-8} с та довжиною хвилі 1,064 мкм [98].

Дисперсію показників заломлення для кристалів AgGaGeS₄ у видимому та середньому інфрачервоному спектральних діапазонах досліджено в роботі [104]. В результаті було виявлено, що показник заломлення n_c , відповідний полярній осі симетрії другого порядку, є меншим, ніж показники заломлення n_a та n_b , тоді як значення n_a та n_b є дуже близькими й стають рівними при 548 нм та 7565 нм. Так, наприклад, $n_c = 2,3706$, $n_b = 2,4355$ та $n_a = 2,4362$ для довжини оптичної хвилі $\lambda = 0,6$ мкм. Обидві оптичні осі в кристалі AgGaGeS₄ лежать в площині *ac* в спектральній області, обмеженій довжинами хвиль 548 нм та 7565 нм. Кристал AgGaGeS₄ стає оптично одновісним саме на довжинах хвиль 548 нм та 7565 нм, а його оптичні осі лежать в площині *bc* нижче 548 нм та вище 7565 нм.

Наскільки відомо, оптичні дослідження кристалів AgGaGeS4 досі лише дослідженнями показників обмежувалися заломлення, оптичного поглинання та нелінійних оптичних властивостей. Натомість магнітооптичні властивості кристалів AgGaGeS₄ до сих пір не досліджені, незважаючи на те, що ефект Фарадея може відігравати важливу роль у процесі параметричної генерації [104] – зокрема, для кристалів, які виявляють так звані "ізотропні" точки для певних довжин світлових хвиль. З іншого боку, магнітооптичні властивості можна успішно досліджувати за допомогою оптичних параметричних генераторів як керованих джерел світла [105]. До того ж, фарадеївська оптична активність має самостійне значення у сфері контролю оптичного випромінювання (й взагалі, відсутність інформації про константи Верде для багатьох оптичних матеріалів є суттєвою проблемою в оптиці).

За нормальних умов та для довжини оптичної хвилі $\lambda = 632,8$ нм кристали AgGaGe₃Se₈ та AgGaGeS₄ є оптично двовісними та належать до точкової групи симетрії mm2 [88, 96, 99]. При цьому площина, яка містить оптичні осі, збігається з кристалографічною площиною *ca* для кристалів AgGaGe₃Se₈ та кристалографічною площиною *ac* для кристалів AgGaGeS₄. Вісь *c* являє собою гостру бісектрису кута 2 Θ між оптичними осями цих кристалів. Головні показники заломлення, розраховані для $\lambda = 632,8$ нм на основі формули Зелмайєра, дорівнюють $n_a = 2,769$, $n_b = 2,761$ й $n_c = 2,602$ для кристалу AgGaGe₃Se₈ та $n_a = 2,421$, $n_b = 2,420$ й $n_c = 2,358$ для кристалу AgGaGeS₄. Кут Θ між оптичними осями та віссю *c* був визначений як 11,6° для кристалу AgGaGe₃Se₈ та 7,3° для кристалу AgGaGeS₄ [88, 101, 103].

Для точкової групи симетрії mm2 тензор Фарадея в системі координат, пов'язаній з головними осями *X*, *Y*, *Z* еліпсоїда оптичної індикатриси, дорівнює

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{11} & 0 & 0\\ 0 & F_{22} & 0\\ 0 & 0 & F_{33} \end{bmatrix}.$$
 (2.10)

При цьому осі X, Y та Z відповідають кристалографічним осям c, b та a кристалів AgGaGe₃Se₈ [106] й кристалографічним осям a, b та c кристалів AgGaGeS₄ [107].

Запишемо тензор Фарадея **F**, заданий рівнянням (2.10), в системі координат X'Y'Z' з використанням матриці повороту **C** навколо осі $Y \equiv Y'$ на кут Θ , яка задається наступним співвідношенням:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & 0 & \sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{bmatrix}.$$
 (2.11)

Тоді тензор **Г'** буде мати вигляд:

$$\mathbf{F}' = \mathbf{C}'\mathbf{F}\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & 0 & -\sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} & 0 & 0 \\ 0 & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Theta & 0 & \sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & 0 & -\sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11}\cos\Theta & 0 & F_{11}\sin\Theta \\ 0 & F_{22} & 0 \\ -F_{33}\sin\Theta & 0 & F_{33}\cos\Theta \end{bmatrix} =$$
(2.12)
$$= \begin{bmatrix} F_{11}\cos^{2}\Theta + F_{33}\sin^{2}\Theta & 0 & (F_{11} - F_{33})\sin\Theta\cos\Theta \\ 0 & F_{22} & 0 \\ (F_{11} - F_{33})\sin\Theta\cos\Theta & 0 & F_{33}\cos^{2}\Theta + F_{11}\sin^{2}\Theta \end{bmatrix}.$$

Коли лінійно-поляризована оптична хвиля падає на кристал AgGaGe₃Se₈ вздовж напрямку X' (тобто, вздовж однієї з його оптичних осей) та вздовж цього ж самого напрямку прикладено зовнішнє магнітне поле з напруженістю $H_{X'}$, ефект Фарадея у вищевказаній геометрії експерименту проявляється виключно як поворот площини поляризації лінійно-поляризованого світла, питома величина $\Delta \rho_{X'}$ якого, з врахуванням співвідношення (2.12), дорівнює

$$\Delta \rho_{X'} = \frac{\pi n_b^3}{\lambda} F'_{11} H_{X'}, \qquad (2.13)$$

де *F*₁₁ позначає ефективний коефіцієнт Фарадея, який відповідає системі координат *X'Y'Z'* [106]:

$$F_{11}' = F_{11}\cos^2\Theta + F_{33}\sin^2\Theta = 0,96F_{11} + 0,04F_{33} = \frac{\lambda}{\pi n_b^3} \left(\frac{\Delta \rho_{X'}}{H_{X'}}\right).$$
(2.14)

В свою чергу, константа Верде V_F для кристалу AgGaGe₃Se₈ визначається виразом

$$V_F = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\Delta \rho_{X'}}{H_{X'}} \right). \tag{2.15}$$

З іншого боку, коли лінійно-поляризована оптична хвиля падає на кристал AgGaGeS₄ вздовж напрямку Z' (тобто, вздовж однієї з його оптичних осей) та вздовж цього ж самого напрямку прикладено зовнішнє магнітне поле з напруженістю *H_{Z'}*, ефект Фарадея у вищевказаній геометрії експерименту проявляється виключно як поворот площини поляризації лінійнополяризованого світла, питома величина $\Delta \rho_{Z'}$ якого, 3 врахуванням співвідношення (2.12), дорівнює

$$\Delta \rho_{Z'} = \frac{\pi n_b^3}{\lambda} F'_{33} H_{Z'}, \qquad (2.16)$$

де *F*'₃₃ позначає ефективний коефіцієнт Фарадея, який відповідає системі координат *X'Y'Z'* [107]:

$$F_{33}' = F_{33}\cos^2\Theta + F_{11}\sin^2\Theta = 0,98F_{33} + 0,02F_{11} = \frac{\lambda}{\pi n_b^3} \left(\frac{\Delta\rho_{Z'}}{H_{Z'}}\right).$$
 (2.17)

В свою чергу, константа Верде V_F для кристалу AgGaGeS₄ визначається виразом

$$V_F = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\Delta \rho_{Z'}}{H_{Z'}} \right). \tag{2.18}$$

Експериментальні процедури, що застосовуються для дослідження фарадеївської оптичної активності в кристалах AgGaGe₃Se₈ та AgGaGeS₄, аналогічні тим, які були використані для випадку кристалів Tl₃AsS₄. При цьому товщина кристалічного зразка вздовж напрямку поширення світла d складає 1,63 мм для кристалу AgGaGe₃Se₈ та 11,12 мм для кристалу AgGaGeS₄.

Залежності зміни (приросту) оптичної активності від напруженості зовнішнього магнітного поля для кристалів AgGaGe₃Se₈ (Рисунок 2.6) та AgGaGeS₄ (Рисунок 2.7) ϵ фактично лінійними, що відповіда ϵ випадку фарадеївської оптичної активності. 3 виключно ших залежностей 3 процедури лінійної інтерполяції використанням стандартної експериментальних даних розраховуються ефективні коефіцієнти Фарадея $F'_{11} = (8,36\pm0,33) \times 10^{-13}$ м/А для кристалів AgGaGe₃Se₈ та $F'_{33} = (1,40\pm0,04) \times 10^{-13}$ ¹³ м/А для кристалів AgGaGeS₄. При цьому константи Верде V_F для кристалів (69,54±2,78) (Тл×м)⁻¹ AgGaGe₃Se₈ AgGaGeS₄ становлять та та (7,83±0,21) (Тл×м)⁻¹ відповідно.



Рисунок 2.6. Залежність $\Delta \rho = \Delta \rho(H)$ для кристалів AgGaGe₃Se₈ при $\lambda = 632,8$ нм: суцільна пряма – інтерполяція лінійною функцією [106].



Рисунок 2.7. Залежність $\Delta \rho = \Delta \rho(H)$ для кристалів AgGaGeS₄ при $\lambda = 632,8$ нм: суцільна пряма — інтерполяція лінійною функцією [107].

При порівнянні вищевказаних експериментальних результатів з даними, наведеними у параграфі 2.1.2 для відомих магнітооптичних матеріалів, можна зробити висновок про те, що кристали AgGaGe₃Se₈, на відміну від кристалів AgGaGeS₄, слід класифікувати як ефективний магнітооптичний матеріал, принаймні серед магнітно-невпорядкованих кристалічних речовин, з огляду на те, що магнітооптичні параметри кристалів AgGaGe₃Se₈ близькі до відповідних параметрів кристалів Tl₃AsS₄ та Sn₂P₂S₆.

2.1.4. Тверді розчини ТІІп(S_{1-x}Se_x)₂

Основні оптичні характеристики твердих розчинів Tlln(S_{1-x}Se_x)₂ наведені в параграфі 2.2.3. Оскільки кути між оптичними осями в твердих розчинах Tlln(S_{1-x}Se_x)₂ є достатньо малими [108], дослідження фарадеївської оптичної активності в цих твердих розчинах в певному наближенні можуть здійснюватися в поздовжній геометрії експерименту – тобто, в геометрії, коли вектор напруженості зовнішнього магнітного поля та хвильовий вектор оптичного випромінювання паралельні кристалографічній осі *с*.

За нормальних умов та для довжини оптичної хвилі $\lambda = 632,8$ нм площина оптичних осей усіх твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ при $0 \le x \le 0,25$ збігається з кристалографічною площиною *ca*, де кристалографічна вісь *c* являє собою гостру бісектрису кута 2 Θ між оптичними осями. При цьому для досліджуваних зразків твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з товщиною *d* вздовж напрямку поширення світла (тобто, вздовж однієї з оптичних осей) кут Θ між оптичними осями та віссю *c* був виміряний експериментально (Таблиця 2.2).

Таблиця 2.2. Основні параметри досліджуваних зразків твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ при $\lambda = 632,8$ нм [109].

x	0	0,02	0,06	0,10	0,15	0,25
<i>d</i> , 10 ⁻³ м	1,92	0,91	1,35	3,55	1,42	1,71
Θ, °	1,3	1,7	1,4	1,3	1,5	0,9

Для випадку точкової групи симетрії 2/т тензор Фарадея в системі координат, пов'язаній з головними осями *X*, *Y*, *Z* еліпсоїда оптичної індикатриси, набуває наступного вигляду:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & 0\\ F_{12} & F_{22} & 0\\ 0 & 0 & F_{33} \end{bmatrix}.$$
 (2.19)

При цьому осі X, Y та Z відповідають кристалографічним осям a, b та c твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂.

Запишемо тензор Фарадея **F**, заданий рівнянням (2.19), в системі координат X'Y'Z' з використанням матриці повороту **C** навколо осі $Y \equiv Y'$ на кут Θ , яка задається наступним співвідношенням:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & 0 & \sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{bmatrix}.$$
 (2.20)

Тоді тензор **Г**' буде мати вигляд:

$$\mathbf{F}' = \mathbf{C}'\mathbf{F}\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & 0 & -\sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & 0 \\ F_{12} & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Theta & 0 & \sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & 0 & -\sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11}\cos\Theta & F_{12} & F_{11}\sin\Theta \\ F_{12}\cos\Theta & F_{22} & F_{12}\sin\Theta \\ -F_{33}\sin\Theta & 0 & F_{33}\cos\Theta \end{bmatrix} =$$
(2.21)
$$= \begin{bmatrix} F_{11}\cos^{2}\Theta + F_{33}\sin^{2}\Theta & F_{12}\cos\Theta & (F_{11} - F_{33})\sin\Theta\cos\Theta \\ F_{12}\cos\Theta & F_{22} & F_{12}\sin\Theta \end{bmatrix}.$$

Якщо лінійно-поляризована оптична хвиля падає на кристал TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ вздовж напрямку Z' (тобто, вздовж однієї з їх оптичних осей) та вздовж цього ж самого напрямку прикладено зовнішнє магнітне поле з напруженістю $H_{Z'}$, ефект Фарадея в такій геометрії експерименту проявляється виключно як поворот площини поляризації лінійно-поляризованого світла, питома величина $\Delta \rho_{Z'}$ якого, з огляду на співвідношення (2.21), дорівнює

$$\Delta \rho_{Z'} = \frac{\pi n_b^3}{\lambda} F'_{33} H_{Z'}, \qquad (2.22)$$

де *F*'₃₃ позначає ефективний коефіцієнт Фарадея, який відповідає системі координат *X'Y'Z'* [109]:

$$F'_{33} = F_{33}\cos^2\Theta + F_{11}\sin^2\Theta = \frac{\lambda}{\pi n_b^3} \left(\frac{\Delta \rho_{Z'}}{H_{Z'}}\right).$$
 (2.23)

В свою чергу, константа Верде V_F для твердих розчинів TlIn $(S_{1-x}Se_x)_2$ визначається виразом

$$V_F = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\Delta \rho_{Z'}}{H_{Z'}} \right). \tag{2.24}$$

Експериментальні процедури, що застосовуються для дослідження фарадеївської оптичної активності в твердих розчинах $Tlln(S_{1-x}Se_x)_2$, аналогічні тим, які були використані для випадку кристалів Tl_3AsS_4 .

Експериментальні залежності зміни (приросту) оптичної активності $\Delta \rho_{Z'}$ на довжині хвилі $\lambda = 632,8$ нм від напруженості зовнішнього магнітного поля $H_{Z'}$, прикладеного до твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ (Рисунок 2.8– Рисунок 2.10), було інтерпольовано за допомогою стандартної процедури лінійної регресії.



Рисунок 2.8. Залежності $\Delta \rho = \Delta \rho(H)$ для твердих розчинів β-TlInS₂ (a) та TlIn(S_{0,98}Se_{0,02})₂ (б) при $\lambda = 632,8$ нм: суцільні прямі — інтерполяції лінійними функціями [109, 110].



Рисунок 2.9. Залежності $\Delta \rho = \Delta \rho(H)$ для твердих розчинів TlIn(S_{0,94}Se_{0,06})₂ (а) та TlIn(S_{0,90}Se_{0,10})₂ (б) при $\lambda = 632,8$ нм: суцільні прямі — інтерполяції лінійними функціями [109].



Рисунок 2.10. Залежності $\Delta \rho = \Delta \rho(H)$ для твердих розчинів Tlln(S_{0,85}Se_{0,15})₂ (а) та Tlln(S_{0,75}Se_{0,25})₂ (б) при $\lambda = 632,8$ нм: суцільні прямі — інтерполяції лінійними функціями [109].

В результаті вищевказаної інтерполяції було розраховано ефективні коефіцієнти Фарадея F'_{33} (для $n_b = 2,8$) та відповідні константи Верде V_F (Таблиця 2.3).

Таблиця 2.3. Константи Верде V_F та ефективні магнітооптичні коефіцієнти Фарадея F'_{33} , експериментально отримані для твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ при $\lambda = 632,8$ нм [109].

X	V_F , $(T_{\Pi \times M})^{-1}$	<i>F</i> ₃₃ , 10 ⁻¹³ м/А
0	112,43±1,54	12,96±0,18
0,02	101,67±1,33	11,72±0,15
0,06	150,91±2,41	17,40±0,28
0,10	142,48±2,71	16,43±0,31
0,15	143,75±1,78	16,58±0,21
0,25	162,62±1,61	18,75±0,19

Згідно з композиційними залежностями ширини забороненої зони E_g , визначеними у роботі [111] для твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂, E_g зменшується від 2,27 до 2,16 еВ при збільшенні концентрації атомів Se x від 0 до 0,25. Це означає, що край поглинання λ_{edge} зміщується від 548 нм (зелена область) при x = 0 до 575 нм (зелено-жовта область) при x = 0,25 – тобто, він наближається до довжини оптичної хвилі, яка використовується в цих експериментальних дослідженнях ($\lambda = 632,8$ нм). Тому збільшення константи Верде та ефективного коефіцієнта Фарадея, що відбувається зі збільшенням концентрації атомів Se (Рисунок 2.11), можна пояснити наближенням краю поглинання та нормальною дисперсією цих магнітооптичних параметрів.

Натомість, як це випливає з коноскопічних спостережень [108], тверді розчини TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з x = 0,02 є дещо неоднорідними. Це може призвести до більш високих похибок обчислення константи Верде та ефективного коефіцієнта Фарадея конкретно для цієї сполуки.

На підставі даних, наведених у роботі [111], концентраційні залежності магнітооптичних параметрів для твердих розчинів TlIn($S_{1-x}Se_x$)₂ (Рисунок 2.11) було перераховано у залежності магнітооптичних параметрів від ширини забороненої зони E_g (Рисунок 2.12). Як можна бачити з цих залежностей, як константа Верде, так й ефективний коефіцієнт Фарадея зростають зі зменшенням забороненої зони, що є цілком очікуваним.



Рисунок 2.11. Залежності константи Верде V_F (а) та ефективного коефіцієнта Фарадея F'_{33} (б) від концентрації атомів Se *x* для твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ (λ = 632,8 нм) [109].



Рисунок 2.12. Залежності константи Верде V_F (а) та ефективного коефіцієнта Фарадея F'_{33} (б) від ширини забороненої зони E_g для твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ ($\lambda = 632,8$ нм) [109].

2.2. Аналіз анізотропії термічних, оптичних та акустичних параметрів халькогенідних сполук ТІМХ₂

Збільшення температурного діапазону експлуатації АО конструкційних елементів, характерне для сучасного АО приладобудування, що призводить до ускладнення умов їхньої експлуатації, зумовлює те, що на сьогоднішній день дослідження температурної поведінки тих чи інших параметрів АО матеріалів відбувається у якомога більш широких температурних діапазонах з метою більш впевненого прогнозування поведінки відповідних АО елементів в екстремальних температурних умовах. При цьому зазвичай такі температурні діапазони включають в себе області ФП, існуючі в цих АО матеріалах, для здійснення однозначного аналізу анізотропії досліджуваних параметрів. Так, наприклад, для власних сегнетоеластиків це зумовлено тим, що саме через низькі швидкості AX, спричинені аномальною поведінкою пружних властивостей в околі ФП, вони є перспективними АО матеріалами для використання в АО приладах [112]. Як характерний приклад можна навести дослідження термічних та оптичних властивостей кристалів К₂SO₄, які широко використовуються для АО модуляції ультрафіолетового випромінювання та в

яких за температури 860 К відбувається ФП, в діапазоні від кімнатної температури до 950 К [113].

Слід зауважити, що, оскільки вирішення проблем експлуатації АО елементів вимагає модифікації тих чи інших фізичних властивостей відповідних АО матеріалів, найбільш доцільним є проведення вищевказаних досліджень не для окремих АО середовищ, а для цілих сімейств певних визначених сполук, які передбачають можливість достатньо простої зміни їхніх фізичних властивостей – зокрема, шляхом ізоморфного заміщення. Цим умовам відповідає, зокрема, сімейство халькогенідних кристалів із загальною формулою TlMX₂ (M = Ga, In; X = Se, S, Te), для яких характерні шаруваті або ланцюгоподібні низькорозмірні структури [114]. Так, зокрема, моноклінні кристали TlGaS₂, TlInS₂ та TlGaSe₂ володіють шаруватою структурою ([115]– [117]), тоді як тетрагональні кристали TlGaTe₂, TlInTe₂ та TlInSe₂ мають ланцюгоподібну структуру [118]. Причому обидві ці групи кристалів належать до одного сімейства напівпровідників $A^{III}B^{III}C_2^{IV}$.

З огляду на результати попередніх досліджень, халькогенідні сполуки TlInSe₂, TlGaSe₂, TlIn(S_{1-x}Se_x)₂, що були обрані в якості об'єктів аналізу анізотропії термічних, оптичних та акустичних параметрів в рамках цієї дисертації, в принципі можуть розглядатися як матеріали, придатні для використання у галузі акустооптики.

Так, згідно з результатами роботи [119], КАОЯ для кристалів TlInSe₂ дорівнює 156,0×10⁻¹⁵ с³/кг у випадку АО взаємодії оптичної хвилі з довжиною $\lambda = 1,15$ мкм з поздовжньою АХ зі швидкістю $v_{22} = 2480$ м/с. Натомість КАОЯ для кристалів TlGaSe₂ дорівнює 405,6×10⁻¹⁵ с³/кг у випадку АО взаємодії оптичної хвилі з довжиною $\lambda = 632,8$ мкм з поздовжньою АХ зі швидкістю $v_{33} = 2670$ м/с [119]. Й, нарешті, як вже відзначалося, експериментальні дослідження та аналіз анізотропії швидкостей АХ в кристалах β-TlInS₂ (вони можуть розглядатися як тверді розчини TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з концентрацією Se x = 0) з врахуванням неортогональності АХ показали, що КАОЯ для цих кристалів у випадку АО взаємодії з найповільнішими QT АХ ($v_{13}, v_{23}, v_{31}, v_{63} \approx 725$ м/с;

 $Z(3)||c, Y(2)||b, X(1)\perp(bc))$ може бути оцінений як (2200–9000)×10⁻¹⁵ с³/кг при $\lambda = 632,8$ нм, що дозволяє віднести кристали β-TlInS₂ до одного з найбільш ефективних АО матеріалів [63].

Більшість шаруватих халькогенідних кристалів сімейства TlMX₂ є власними сегнетоелектриками з неспівмірною фазою (а саме, фазою, в якій розвинулася та "заморозилася" просторова модуляція з періодом, відношення якого до відповідного періоду кристалічної гратки є ірраціональним числом) між більш симетричною (нормальною) параелектричною фазою та менш симетричною (полярною, впорядкованою) сегнетоелектричною фазою. Тобто, вони зазнають ФП зі зміною симетрії "2/m ↔ неспівмірна фаза ↔ 2" [114].

Так, наприклад, при охолодженні в кристалах β-TlInS₂ відбувається ΦΠ через неспівмірну фазу (T_i дорівнює 214 К [115] або 216 К [120, 121]) у сегнетоелектричну фазу (T_C дорівнює 197 К [115], 204 К [120] або 195–202 К [121]). При цьому основною особливістю $\Phi\Pi$ у кристалах β-TlInS₂ є те, що в їхній кристалічній матриці можуть співіснувати різні політипи [122, 123]. Вони характеризуються різними значеннями параметра c, який може дорівнювати c_0 , $2c_0$, $4c_0$, $8c_0$ та $16c_0$ ($c_0 = 15,18$ Å). Відпал зразків кристалів β-TlInS₂ у вакуумі або в атмосфері сірки дозволяє отримати майже однорідні зразки з єдиним політипом [123]. Й навпаки, старіння зразків кристалів β-TlInS₂ протягом деякого часу, їх термоциклування або опромінення видимим світлом чи рентгенівськими променями переводять такі зразки у змішаний стан. Необхідно зазначити, що кожен з чистих політипів кристалів β-TlInS₂ характеризується власною послідовністю ФП. Так, наприклад, $T_{\rm C} \approx 203 - 205$ К для політипу з $c = c_0$; $T_{\rm C} \approx 217 - 220$ К для політипу з $c = 4c_0$; $T_{\rm C} \approx 209 - 212$ К для політипу з $c = 8c_0$ та $T_C \approx 238-240$ К для політипу з $c = 16c_0$ [123]. Внаслідок співіснування різних політипів в кристалах β-TlInS₂ спостерігається низка аномалій, які відповідають ФП у цих політипах [122–125]. Так, зокрема, було встановлено, що неспівмірна фаза виникає лише в політипі з $c = c_0$, але не проявляється в політипі з $c = 2c_0$ [124]. Крім того, в роботі [123] було виявлено, що політип з $c = c_0 \epsilon$ найбільш нестабільним.

У роботі [126] було показано, що в кристалах β -TIInS₂ ФП у неспівмірну фазу відбувається при $T_i = 216$ К. В області температур 200,8–204,0 К спостерігаються подвійні петлі діелектричного гістерезису, що свідчить про те, що в цій області має місце антисегнетоелектричне впорядкування. Натомість в області температур 175–200 К в кристалах β -TIInS₂ спостерігаються "змішані" ("потрійні") петлі діелектричного гістерезису, що свідчить про існування в цих кристалах гетерофазної структури, де співіснують сегнетоелектрична та антисегнетоелектрична фази. Ці петлі набувають канонічної форми лише нижче 175 К, що характерно для сегнетоелектричних ФП.

Після з'ясування вищевказаних фактів щодо політипної структури, виникнення якої зумовлене слабкістю сил Ван-дер-Ваальса між шарами та укладанням різної кількості шарів в елементарну комірку, могло б здатися, що проблема визначення послідовності ФП в кристалах β-TlInS₂ нарешті вирішена. Тим не менше, нещодавнє виявлення сегнетоеластичної доменної структури та різких змін у послідовності ФП під високим тиском [127] зробило аналіз структурних ФП у цих кристалах ще більш складним. Так, зокрема, виявилося, що поведінка діелектричної проникності в кристалах β-TlInS₂ під час ΦΠ, яка спостерігається при збільшенні параметра c від c_0 до 16 c_0 , подібна до її поведінки при високих гідростатичних тисках [123, 127]. Таким чином, цілком можливо, що зміна модифікації політипу кристалів β-TlInS₂ (викликана, наприклад, відпалом досліджуваного зразка) призводить до тих самих наслідків, що й підвищення гідростатичного тиску – тобто, до зміни характеру ФП та появи сегнетоеластичної фази. Однак є очевидним, що таке припущення потребує детальної експериментальної перевірки. Це означає, що природа ФП у кристалах β-TIInS₂ ще й досі до кінця не з'ясована. Тому суперечки щодо послідовності ФП в кристалах β-TlInS₂ тривають до сих пір. Однією з причин цього є те, що деякі фізичні аномалії в цих кристалах досить часто тлумачаться науковцями як ознаки певних ФП [128].

Інтерферометричні експерименти виявили, що глибина інтерференційних смуг також чутлива до політипної структури кристалів β-TlInS₂ [123]. Це

означає, що розміри просторових областей однорідного політипного складу близькі або більші за довжину хвилі оптичного випромінювання. У зв'язку з цим постає питання щодо можливості виявлення політипної структури шляхом поляриметричного картування кристалів β-TIInS₂.

На фазовій діаграмі твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ існує морфотропна межа фаз при $x \approx 0.25-0.30$ [111, 129], яка розділяє моноклінну та тетрагональну фази. Згідно з роботою [130], де досліджувалися температурні залежності теплоємності, температури $\Phi \Pi$ у твердому розчині TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з x = 0,10 дорівнюють $T_{\rm C} = 190$ К та $T_i = 213$ К. Роботи [131] та [132] присвячені впливу ізоморфного заміщення в кристалах TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ на параметри їхньої кристалічної гратки, а також на дійсну та уявну частини тензора діелектричної проникності $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$. В роботі [133] було отримано (*x*,*T*)-фазову діаграму для полікристалічних твердих розчинів $TlIn(S_{1-x}Se_x)_2$ з $0 \le x \le 0,15$, де при Se концентрації атомів x спостерігалося збільшенні розширення температурного діапазону неспівмірної фази. Однак полікристалічна структура досліджуваних зразків повинна була розмити особливості, викликані політипною структурою монокристалів. В роботі [134] було досліджено монокристали TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з x = 0.01; 0.02; 0.04; 0.05; 0.10; 0.20 з використанням температурних залежностей діелектричної проникності; однак, на жаль, (x,T)-фазова діаграма при цьому отримана не була. Таким чином, невирішеним залишається питання щодо існування політипної структури у твердих розчинах $TlIn(S_{1-x}Se_x)_2$ з $x \le 0,25$.

При дослідженні поведінки шаруватих кристалів TlGaSe₂ під час структурних ФП основна увага приділялася вивченню змін, що відбуваються у властивостях термічного розширення [135], у структурних [136, 137] та діелектричних [138] властивостях, а також у спектрах комбінаційного розсіяння світла [139]. При цьому, зокрема, було виявлено, що кристали TlGaSe₂ зазнають двох ФП з початкової параелектричної фази в проміжну неспівмірну фазу, а потім у сегнетоелектричну фазу, яка характеризується точковою групою симетрії 2, де вісь симетрії другого порядку паралельна кристалографічній осі

с. Вищевказані ФП відбуваються при температурах $T_i \approx 120$ К та $T_C \approx 110$ К. Причому ФП у сегнетоелектричну фазу є ФП першого роду та супроводжується чотирикратною мультиплікацією елементарної комірки вздовж напрямку *c*, тоді як ФП у неспівмірну фазу є ФП другого роду з хвильовим вектором надструктурної модуляції **k**_{нсм} = (δ ; δ ; 0,25), де δ = 0,02 [140].

Через загальновизнану псевдотетрагональність елементарної комірки кристалів TlGaSe₂ їхні коефіцієнти термічного розширення досліджувалися лише в площині спайності та вздовж напрямку, перпендикулярного цій площині [137, 138] – тобто, анізотропія в площині спайності вважалася мізерно малою. Таке наближення навряд чи є валідним у достатньо широкому діапазоні температур, включаючи низькотемпературні фази. Крім того, на підставі характеристик термічного розширення та параметрів елементарної комірки в роботі [137] було висунуто припущення, що послідовність ФП в кристалах TlGaSe₂ є більш складною, ніж та, що розглянута вище, оскільки при температурах 110, 217 та 240 К спостерігаються додаткові аномалії. Крім того, оскільки кристали TlGaSe₂ являють собою матеріал шаруватого типу, вони мають тенденцію демонструвати політипну структуру, зумовлену слабкими силами Ван-дер-Ваальса, що призводить до накопичення шарів у елементарній комірці – а отже, й до різних параметрів с. В результаті параметр с в кристалах TlGaSe₂ може дорівнювати $c_0, 2c_0, 3c_0, 4c_0, \dots$; причому для політипів з $c = 2c_0$, $8c_0$, $10c_0$ змін трансляційної симетрії вздовж осі c в діапазоні температур 90-300 К не виявлено [140]. При цьому $\Phi\Pi$ другого роду в кристалах TlGaSe₂ для політипу з $c = 2c_0$ відбувається поблизу температурної точки $T'_C \approx 124$ К [140].

Характер ФП є ще більш складним у ланцюгоподібних халькогенідних сімейства TIMX₂. Так, кристалах зокрема, В результаті досліджень теплоємності, параметрів кристалічної ґратки та інтенсивностей рентгенівського відбивання Брегга, ФП другого роду при 98,5 К було виявлено в кристалах TlGaTe₂, але не в інших кристалах цієї групи – TlInTe₂ та TlInSe₂ [141]. При цьому кристали TlGaTe₂ було досліджено до температури 5 К без виявлення додаткових ФП. В роботі [141] було висунуто припущення, що при температурах вище 98,5 К (температурний діапазон 110–290 К) в кристалах TlGaTe₂ існує модульована структура неспівмірної фази – а саме, низка температурних інтервалів з незалежним від температури параметром *a*. Слід зауважити, що існування несегнетоелектричного ФП при 98,5 К в кристалах TlGaTe₂ було підтверджено також й в роботах [142] та [143]. З іншого боку, вищевказаними дослідженнями не було встановлено, якою є природа фази нижче 98,5 К, чи існує неспівмірна фаза вище 98,5 К чи в області температур 98,5–290 К співіснують різні фази, та якою є температура ФП "параелектрична фаза \leftrightarrow неспівмірна фаза", якщо неспівмірна фаза дійсно існує.

Експериментальні дані щодо ФП в кристалах TlInSe₂ є ще більш суперечливими. Так, зокрема, в роботі [128] в цих кристалах не було виявлено аномалій теплоємності в області 170-215 К. З іншого боку, в роботі [144] повідомлялося про наявність в кристалах TlInSe₂ аномалій діелектричної проникності та провідності при 210, 200 та 196,8 К. В свою чергу, в роботі [145] з температурної залежності параметра *а* в кристалах TlInSe₂ при 135 та 185 К були виявлені інші ФП. В роботі [146] було повідомлено про аномалії при 135 та 185 К на температурних залежностях фотопровідності, параметра а та теплоємності кристалів TlInSe₂; при цьому було висунуто припущення, що інтервал між цими точками відповідає температурному діапазону неспівмірної фази. Однак аномалія теплоємності при 185 К є більш вираженою, ніж невеликий розмитий максимум, який спостерігається при 135 К. Це не фактом, зазвичай, ΦП "параелектрична узгоджується тим що, 3 фаза ↔ неспівмірна фаза" є ФП другого роду, тоді як ФП "неспівмірна фаза \leftrightarrow сегнетоелектрична фаза" $\in \Phi\Pi$ першого роду.

Незважаючи на те, що рентгенівські дослідження кристалів TlInSe₂ проводилися в кількох роботах, так звані супутникові відбиття, що відповідають надструктурі, не були знайдені в роботах [147] та [148]. При цьому в роботі [148] було запропоновано власну концепцію неспівмірної фази в кристалах TlInSe₂ – згідно з нею, положення атомів Tl суттєво коливаються відносно каркасу ланцюга InSe₄ у неспівмірній фазі, яка існує вище 135 K, хоча

у фазі нижче 135 К ці атоми розташовані на чітко визначених відстанях (приблизно 0,34 нм). Це свідчить про те, що фаза нижче 135 К є ідеально впорядкованою. Згідно з роботою [149], атоми Tl утворюють періодичні одномірні масиви відносно шарів In та Se₂ в параелектричній фазі, тоді як в неспівмірній фазі така періодичність порушується. З іншого боку, у роботі [148] не було виявлено ФП при 185 К, хоча в роботі [149] вважають, що в кристалах TlInSe₂ має існувати структурний ФП з високотемпературної нормальної фази в неспівмірну фазу приблизно при 410–460 К, що збігається з областю виникнення гігантського термоелектричного ефекту [150].

Проблема суттєвої недостатності інформації про послідовність ФП у халькогенідних кристалах сімейства TIMX₂, наявна на сучасному етапі, потребує невідкладного вирішення, з огляду на те місце, яке ці кристали займають або можуть зайняти у оптичному приладобудуванні. Так, наприклад, окрім AO застосувань, кристали TlGaSe₂ є перспективним матеріалом для детектування рентгенівського та γ -випромінювання [151], а також мають достатньо високий фотоакустичний відгук [152]. В свою чергу, кристали β -TlInS₂ можуть бути цікавими як низькорозмірні напівпровідники з огляду на результати досліджень їхньої електронної структури [114], провідності [153], [154] та оптичних властивостей [153, 155].

2.2.1. Кристали TIInSe₂

Ланцюгоподібні кристали TlInSe₂ за нормальних умов належать до просторової групи симетрії I4/mcm (точкова група симетрії 4/mmm). Параметри їхньої елементарної комірки становлять a = 8,075 Å та c = 6,847 Å (Z = 4) [118]. Кристали TlInSe₂ демонструють гігантський ефект Пельтьє-Зеєбека при температурі нижче 410 К, що, скоріше за все, пов'язано зі структурою неспівмірної фази цих кристалів; причому коефіцієнт Зеєбека в цих кристалах досягає 10^{-1} –10 B/K при кімнатній температурі [149]. Кристали TlInSe₂ є
прозорими в інфрачервоному діапазоні спектру на довжинах хвиль більше ~ 1 мкм (ширина забороненої зони $E_{\rm g} = 1,18$ eB при 300 K) [156].

Показники заломлення кристалів TlInSe₂ досліджувалися еліпсометричним методом [157]. В свою чергу, використовуючи результати з роботи [157] та стандартне наближення Зелмайєра, було розраховано показники заломлення кристалів TlInSe₂ при $\lambda = 1,15$ мкм: $n_o = 2,99$ та $n_e = 3,26$ [158].

Слід зауважити, що дилатометричні дослідження кристалів TlInSe₂ вже проводилися в роботі [159], однак дані про геометрію експерименту в ній не були наведені, тому порівняння даних, отриманих в роботі [159], з результатами досліджень, наведених нижче, було б нерелевантним.

В загальному випадку відносні лінійні термічні видовження Λ_{ij} та відносне об'ємне термічне розширення Λ_V визначаються, відповідно, співвідношеннями

$$A_{ij} = \frac{\Delta L_i}{(L_0)_j} = \frac{L_i - (L_0)_i}{(L_0)_j}, \ A_V = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_0}{V_0},$$
(2.25)

де $(L_0)_i$, $(L_0)_j$ та L_i є відповідно початковими розмірами досліджуваного зразка вздовж напрямків *i*, *j* та термічно-індукованим розміром досліджуваного зразка вздовж напрямку *i*; V_0 та V є відповідно початковим та термічно-індукованим об'ємами досліджуваного зразка.

Величини Λ_{ij} визначалися за допомогою ємнісного дилатометра, чутливим елементом якого є повітряний конденсатор (Рисунок 2.13), що складається з нерухомої пластини (1) та рухомої пластини (2), яка пов'язана з досліджуваним зразком (3) за допомогою штоку (4) [160]. При зміні температури розмір досліджуваного зразка змінюється, що призводить до переміщення рухомої пластини (2) – а отже, до зміни ємності конденсатора. Цей конденсатор увімкнений в коло генератора гармонічних коливань, в результаті чого термічно-індукована зміна розміру досліджуваного зразка ΔL буде пропорційною до зміни частоти коливного контуру Δf .



Рисунок 2.13. Принципова схема дилатометричної комірки ємнісного дилатометра: 1 – нерухома пластина; 2 – рухома пластина; 3 – досліджуваний зразок; 4 – шток [160].

Середня чутливість ємнісного дилатометра становила близько 10 нм в температурному діапазоні 105–300 К при тестуванні. Вимірювання проводилися в режимі охолодження зі швидкістю сканування температури близько 3×10⁻⁴ К/с. Точність вимірювання температури була не гіршою за 0,01 К.

Тензор лінійного термічного розширення α з компонентами α_{ij} для тетрагональних кристалів TlInSe₂, записаний у кристалографічній системі координат, має вигляд

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{cc} \end{bmatrix},$$
(2.26)

де $\alpha_{aa} = \alpha_{bb}$. При цьому коефіцієнти лінійного термічного розширення α_{ij} розраховувалися за формулою

$$\alpha_{ij} = \frac{\partial A_{ij}}{\partial T} \tag{2.27}$$

із середньою квадратичною похибкою, яка не перевищувала $7 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. В свою чергу, коефіцієнт об'ємного термічного розширення α_V визначався як $\alpha_{aa} + \alpha_{bb} + \alpha_{cc}$.

Для дилатометричних досліджень використовувався зразок кристалів TIInSe₂ майже кубічної форми (~5×5×5 мм³) з гранями, перпендикулярними до осей a, b та c.

Як можна бачити, поведінка температурних залежностей Λ_{aa} , Λ_{bb} , Λ_{cc} та Λ_V в кристалах TlInSe₂ помітно змінюється при охолодженні нижче $T_1 \approx 245$ K (Рисунок 2.14).



Рисунок 2.14. Температурні залежності Λ_{aa} , Λ_{bb} , Λ_{cc} та Λ_V для кристалів TlInSe₂. Штрих-пунктирні прямі: лінійні екстраполяції з температурного діапазону T > 245 K [158].

Ця температура далека від точки 185 К, яка, з огляду на попередні літературні дані, може бути пов'язана з ФП. Тим не менше, з температурної залежності параметра елементарної комірки *a* [146] випливає, що зі зниженням температури цей параметр в околі точки T_1 починає відхилятися від лінійного тренду, незважаючи на те, що теплоємність, виміряна в роботі [146], демонструє аномалію при 185 К. Температурні криві Λ_{aa} та Λ_{bb} починають

розходитися в точці T_1 , вказуючи на те, що симетрія кристалу TlInSe₂ стає нижчою за 4/mmm та відповідає одній з орторомбічних точкових груп симетрії.

Однак порівняння температурних залежностей Λ_{aa} , Λ_{bb} , Λ_{cc} та Λ_V демонструє, що зниження температури нижче точки T₁ призводить до видовження кристалу TlInSe₂ вздовж усіх трьох головних осей, ЩО відмінностях лінійними проявляється y між екстраполяціями та експериментальними точками, що відповідають спонтанним деформаціям. Цей факт є незвичним для фероїчних кристалів, де ФП супроводжуються деформаціями кристалічної гратки, оскільки для уникнення змін об'єму елементарної комірки слід тензора спонтанних деформацій повинен дорівнювати нулю [161]. Насправді спостерігалася зміна об'ємного термічного розширення в точці Т₁, яка визначається різницею лінійної екстраполяції та даних, представлених експериментальними точками (Рисунок 2.14).

Слід також зауважити, що Λ_V майже не залежить від температури між точками T_1 та $T_2 \approx 145$ К (тобто, $\alpha_V = 0$), хоча досліджуваний зразок кристалу TlInSe₂ починає різко розширюватися нижче точки T_2 (Рисунок 2.15).



Рисунок 2.15. Температурні залежності α_{aa} , α_{bb} , α_{cc} та α_V для кристалів TlInSe₂ [158].

Коефіцієнти лінійного термічного розширення α_{ij} для кристалів TIInSe₂ при T = 290 К дорівнюють $\alpha_{aa} = (3,3\pm0,7)\times10^{-5}$ K⁻¹, $\alpha_{bb} = (2,3\pm0,7)\times10^{-5}$ K⁻¹ та $\alpha_{cc} = (0,4\pm0,7)\times10^{-5}$ K⁻¹. Враховуючи похибки експерименту, можна зробити висновок, що коефіцієнти α_{aa} та α_{bb} рівні між собою як за нормальних умов, так й вище температури T_1 . Однак температурні залежності коефіцієнтів α_{aa} та α_{bb} розходяться нижче температури T_1 . Натомість нижче температури T_2 коефіцієнти α_a , α_{bb} , α_{cc} та α_V стають від'ємними та збільшуються за модулем майже на два порядки. Така різка зміна цих параметрів свідчить про певні структурні зміни, які відбуваються в кристалах TIInSe₂ нижче температури T_2 , а також про пониження їхньої симетрії нижче температури T_1 (Рисунок 2.15).

Аналізуючи температурні залежності швидкостей АХ v_{11} , v_{22} , v_{33} (*i* – напрямок поширення АХ, *j* – напрямок поляризації АХ) (Рисунок 2.16) та коефіцієнтів жорсткості C_{11} , C_{22} , C_{33} (Рисунок 2.17) для кристалів TlInSe₂, можна побачити, що при температурах, нижчих за 270 К, ці залежності розщеплюються, й невеликий злам вказаних залежностей спостерігається при температурі T_1 , що узгоджується з результатами дилатометричних досліджень.



Рисунок 2.16. Температурні залежності v_{11} , v_{22} , v_{33} для кристалів TlInSe₂ [158].



Рисунок 2.17. Температурні залежності C_{11} , C_{22} , C_{33} для кристалів TlInSe₂ [158].

В цьому аспекті необхідно зазначити, що для кристалів, які належать до тетрагональної точкової групи симетрії 4/mmm, $C_{11} = C_{22}$, однак ця рівність не виконується для кристалів з нижчою симетрією – наприклад, для орторомбічних кристалів.

Слід зауважити, що вимірювання швидкостей АХ в температурному діапазоні нижче 166–185 К ускладнювалося через розсіювання АХ та зникнення відбитого сигналу, що може бути викликано розмиттям ФП в околі точки T_2 , з появою області співіснування фаз та зародження доменної структури. Причому відбитий сигнал не був чітко виявлений аж до найнижчої температури вимірювань (близько 120 К).

2.2.2. Кристали TlGaSe₂

Шаруваті кристали TlGaSe₂ за нормальних умов належать до точкової групи симетрії 2/m [114] та мають параметри елементарної комірки, які дорівнюють a = 10,772 Å, b = 10,771 Å, $c_0 = 15,636$ Å, $\beta = 100,6^\circ$, Z = 16 [162]. Оскільки $a \approx b$, структура кристалічної ґратки кристалів TlGaSe₂ є

псевдотетрагональною. Кристали TlGaSe₂ є прозорими в інфрачервоному спектральному діапазоні 0,61–20 мкм [163].

Відносні лінійні термічні видовження Λ_{ij} в кристалах TlGaSe₂, які визначаються співвідношеннями (2.25), вимірювалися ємнісним дилатометром (Рисунок 2.13) в діапазоні температур 100–273 К в режимі нагрівання. При цьому похибка їхнього визначення не перевищувала 2×10^{-5} .

Тензор лінійного термічного розширення **α** з компонентами *α_{ij}* для моноклінних кристалів TlGaSe₂ містить чотири незалежні компоненти:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_{XX} & \alpha_{XY} & 0\\ \alpha_{XY} & \alpha_{YY} & 0\\ 0 & 0 & \alpha_{ZZ} \end{bmatrix}.$$
 (2.28)

У власній системі координат *Х'Ү'*Z' тензор (2.28) можна записати в діагональному вигляді

$$\boldsymbol{\alpha}' = \begin{bmatrix} \alpha_{11}' & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{22}' & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{33}' \end{bmatrix},$$
(2.29)

використовуючи систему рівнянь

$$\alpha_{XX} = \alpha'_{11}\cos^2\Theta + \alpha'_{22}\sin^2\Theta;$$

$$\alpha_{YY} = \alpha'_{11}\sin^2\Theta + \alpha'_{22}\cos^2\Theta; \ \alpha_{ZZ} = \alpha'_{33};$$

$$\alpha_{XY} = \alpha'_{11}\sin^2(\Theta + 45^\circ) + \alpha'_{22}\cos^2(\Theta + 45^\circ);$$

(2.30)

де α_{XY} – коефіцієнт лінійного термічного розширення, визначений для бісектриси осей X та Y; Θ – кут в площині *ab* між осями X та X'. При цьому коефіцієнти лінійного термічного розширення α_{ij} розраховувалися за формулою (2.27) із середньою квадратичною похибкою, яка не перевищувала 5×10⁻⁶ K⁻¹. В

свою чергу, коефіцієнт об'ємного термічного розширення α_V визначався як $\alpha'_{11} + \alpha'_{22} + \alpha'_{33}$.

Для дилатометричних досліджень використовувалися два зразки кристалів TlGaSe₂ у формі паралелепіпедів наступної орієнтації [164]:

зразок (1): грані перпендикулярні осям *X*, *Y* та *Z* (відповідні розміри 7,03;
6,87 та 2,11 мм);

зразок (2): грані перпендикулярні осі Z та напрямкам [110] (відповідний розмір 5,0 мм) й [110].

Аналізуючи температурні залежності Λ_{ij} для кристалів TlGaSe₂ (Рисунок 2.18), можна побачити, що вони мають майже монотонну поведінку в досліджуваному діапазоні температур. Невеликі аномалії температурної залежності Λ_{ZZ} спостерігаються при температурах $T_{\rm C} \approx 106$ К та $T_i \approx 113$ К. Крім того, в температурній області $T'_{\rm C} = (124$ К; 140 К) наявний мінімум температурної залежності Λ_{ZZ} , що узгоджується з температурою ФП другого роду, який був виявлений для політипу з $c = 2c_0$ в роботі [140].



Рисунок 2.18. Температурні залежності Λ_{XX} , Λ_{YY} , Λ_{ZZ} та Λ_{XY} для кристалів TlGaSe₂ [164].

Необхідно відзначити, що як відносні лінійні термічні видовження Λ_{ZZ} та Λ_{XY} (Рисунок 2.18), так й коефіцієнти лінійного термічного розширення α_{ZZ} та α_{XY} (Рисунок 2.19) в області температур $\Delta T_k = (200 \text{ K}; 240 \text{ K})$ демонструють поведінку, подібну до переламу.



Рисунок 2.19. Температурні залежності α_{XX} , α_{YY} , α_{ZZ} та α_{XY} для кристалів TlGaSe₂ [164].

Для кристалів TlGaSe₂ аномальна поведінка параметрів кристалічної гратки та оцінених на їхній основі коефіцієнтів термічного розширення у температурному діапазоні ΔT_k була виявлена в роботі [137]. Скоріше за все, вона викликана деякими структурними змінами в цих кристалах, які пов'язані з більш високими значеннями параметра *c*.

З урахуванням похибок експерименту коефіцієнти лінійного термічного розширення α_{XX} та α_{YY} залишаються незмінними в області температур вище 137 К. Ці коефіцієнти дуже малі (їхнє абсолютне значення становить $(0,8\pm0,5)\times10^{-5}$ K⁻¹) та змінюють знак при температурі нижче ~161 К, стаючи від'ємними. При цьому вони розділяються нижче точки T'_C , що вказує на збільшення анізотропії в кристалографічній площині *ab*. Коефіцієнти α_{ZZ} та α_{XY} , як й коефіцієнти α_{XX} та α_{YY} , демонструють аномальну поведінку при

температурах $T_{\rm C}$, T_i та $T'_{\rm C}$; крім того, коефіцієнти α_{ZZ} та α_{XY} поводяться аномально також й в області температур ΔT_k (Рисунок 2.19).

Усі вищевказані аномалії добре помітні на температурних залежностях компонент α'_{ij} діагонального тензора лінійного термічного розширення α' – як можна бачити, анізотропія термічного розширення в площині *ab* існує у всьому досліджуваному діапазоні температур (Рисунок 2.20). При цьому найбільш яскраво ця анізотропія виражена нижче 175 К, а також в області температур ΔT_k . Так, зокрема, коефіцієнти α'_{11} та α'_{22} при цих температурах помітно відрізняються. Наприклад, поблизу кімнатної температури коефіцієнт α'_{22} майже дорівнює нулю, тоді як коефіцієнти $\alpha'_{11} \approx \alpha'_{33} = (1,6\pm0,5) \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, в результаті чого вказівна поверхня тензора α' за такої температури має тороїдальну форму. Натомість поблизу температури T'_{C} коефіцієнт α'_{22} стає від'ємним. Коли ж температура наближається до точок T_i та T_C , від'ємним стає також й коефіцієнт α'_{33} (Рисунок 2.21).



Рисунок 2.20. Температурні залежності α'_{11} , α'_{22} , α'_{33} та α_V для кристалів TlGaSe₂ [164].



Рисунок 2.21. Вказівні поверхні тензора *а*' кристалів TlGaSe₂ для температур 273 К (а), 124 К (б) та 113 К (в) [164].

Коефіцієнт α_V кристалів TlGaSe₂ поводиться аномально в точках T_C , T_i та T'_C , а також змінює свій знак нижче температури T'_C .

2.2.3. Тверді розчини ТІІп(S_{1-x}Se_x)₂

Кристали β-TIInS₂, які можуть розглядатися як тверді розчини TIIn(S₁₋ $_{x}$ Se_x)₂ з концентрацією Se x = 0, за нормальних умов належать до точкової групи симетрії 2/m (просторова група симетрії C2/c та Z = 16); причому вісь симетрії другого порядку паралельна кристалографічній осі c [115]. Кристали β -TIInS₂ є широкозонними напівпровідниковими сегнетоелектриками i3 шириною забороненої зони $E_{\rm g} = 2,33$ eB [153, 165, 166]. Параметри елементарної комірки кристалів β-TlInS₂, отримані в результаті рентгенівських дифракційних досліджень, дорівнюють a = 10,90 Å, b = 10,94 Å, $c_0 = 15,18$ Å та $\beta = 90,17^{\circ}$ (у стандартній установці [167]) або $\beta = 100,21^{\circ}$ (у ромбічній установці [115]). Площина спайності в кристалах β-TIInS₂ паралельна площині дзеркальної симетрії та перпендикулярна до кристалографічної осі с. Слід зауважити, що різниця між параметрами b незначна a та призводить до псевдотетрагональності елементарної комірки кристалів β-TlInS₂ [115].

Кристали β -TlInS₂ мають коричнево-жовтий колір та є прозорими в спектральному діапазоні 0,5–12,5 мкм [163].

Відносні лінійні термічні видовження Λ_{ij} в кристалах β-TlInS₂, які визначаються співвідношенням (2.25), вимірювалися ємнісним дилатометром (Рисунок 2.13), середня чутливість якого становила близько 10 нм у досліджуваному діапазоні температур (155–290 К). Вимірювання проводилися в режимі охолодження зі швидкістю сканування температури 5×10^{-3} К/с. Оскільки відхилення від ортогональності осей *а* та *b* є дуже малими, у подальшому аналізі ці відхилення не враховувалися.

По аналогії з шаруватими кристалами TlGaSe₂, розглянутими у параграфі 2.2.2, у кристалографічній системі координат тензор лінійного термічного розширення **a** з компонентами α_{ij} для моноклінних кристалів β-TlInS₂ визначається співвідношенням (2.28), а діагональний тензор лінійного термічного розширення **a'** у власній системі координат – співвідношенням (2.29) з використанням системи рівнянь (2.30). При цьому коефіцієнти лінійного термічного розширення α_{ij} розраховуються за формулою (2.27) із середньою квадратичною похибкою, яка не перевищує 3×10^{-6} K⁻¹. Коефіцієнт об'ємного термічного розширення α_V визначається як $\alpha'_{11} + \alpha'_{22} + \alpha'_{33}$.

Для дилатометричних досліджень кристалів β-TlInS₂ використовувалися два зразки з формою паралелепіпеда [168]:

— зразок (1): грані перпендикулярні осям *a*, *b* та *c* (відповідні розміри 6,0;
 8,1 та 5,8 мм);

— зразок (2): грані перпендикулярні осі *с* та напрямкам [110] й [110] (відповідні розміри 4,75; 7,7 та 7,2 мм).

Слід зауважити, що усі ці кристалічні зразки зберігалися протягом одного року після завершення процедури вирощування.

Аналізуючи температурні залежності відносних лінійних термічних видовжень для різних кристалографічних напрямків в кристалах β -TlInS₂ (Рисунок 2.22), можна побачити, що в цих залежностях спостерігаються згладжені злами біля температурних точок $T_{\rm C} \approx 206$ K та $T_i \approx 214$ K.



Рисунок 2.22. Температурні залежності Λ_{aa} , Λ_{bb} , Λ_{cc} та Λ_{ab} для кристалів β-TlInS₂. Заштрихована ділянка: температурний діапазон неспівмірної фази для політипу з $c = c_0$ [168].

Крім того, додатковий розмитий злам спостерігається біля $T_{C1} \approx 241$ К у температурній залежності Λ_{aa} . Це вказує на співіснування різних політипів у досліджуваних зразках кристалів β -TlInS₂.

Природно припустити, що аномалії, які спостерігаються в коефіцієнтах лінійного термічного розширення α_{cc} та α_{ab} при $T_{\rm C} \approx 206$ K та $T_i \approx 214$ K (Рисунок 2.23, Рисунок 2.24), відповідають ФП відповідно в сегнетоелектричну фазу та неспівмірну фазу, які властиві для кристалів β-TlInS₂, що належать до політипу з $c = c_0$.

Додаткова аномалія, яка спостерігається при $T_{C1} \approx 241$ K, може відповідати ФП в кристалах β-TlInS₂, що належать до політипу з $c = 16c_0$. Коефіцієнт a_{aa} дуже слабо залежить від температури в околах ФП, тоді як коефіцієнт a_{bb} практично не залежить від температури. Натомість значення коефіцієнта a_{cc} є досить високим й помітно відрізняється від коефіцієнтів a_{aa} та a_{bb} . Це може бути викликано шаруватою структурою кристалів β-TlInS₂. В свою чергу, високий коефіцієнт a_{ab} вказує на істотну анізотропію кристалів β-TlInS₂ в кристалографічній площині *ab*. Крім того, це означає, що кристалографічна система координат не є власною системою координат для тензора лінійного термічного розширення α кристалів β-TlInS₂.



Рисунок 2.23. Температурні залежності α_{aa} та α_{bb} для кристалів β -TlInS₂ [168].



Рисунок 2.24. Температурні залежності α_{cc} та α_{ab} для кристалів β -TlInS₂ [168].

Натомість коефіцієнти α'_{11} та α'_{22} (Рисунок 2.25) діагонального тензора лінійного термічного розширення α' , відрізняючись своїми знаками, мають той самий порядок величин, що й коефіцієнт $\alpha'_{33} = \alpha_{cc}$. При цьому відповідна власна система координат повернута на кут ~ 45° навколо кристалографічної осі *c* відносно осей *a* та *b*.

В межах похибки для кута Θ (2.30) аномалії його температурної залежності спостерігаються; причому максимальне відхилення віл не 1,43° значення дорівнює (Рисунок 2.26). Тому середнього анізотропія коефіцієнтів лінійного термічного розширення існує не тільки вздовж осі с відносно площини спайності ab, але й у самій площині ab. З іншого боку, будьякий кількісний аналіз критичної поведінки температурної залежності коефіцієнта об'ємного термічного розширення визначення (зокрема, відповідного критичного показника) був би недоцільним, оскільки В досліджуваних кристалах можуть співіснувати різні політипи.



Рисунок 2.25. Температурні залежності α'_{11} , α'_{22} , α'_{33} та α_V для кристалів β-TIInS₂ [168].



Рисунок 2.26. Температурна залежність кута Θ (2.30) для кристалів β-TlInS₂: суцільна крива – інтерполяція поліномом другого порядку [168].

діагонального лінійного Аналізуючи вказівну поверхню тензора термічного розширення α' кристалів β-TIInS₂ та її поперечні перерізи координат XYZ (Рисунок 2.27), системи головними площинами можна побачити, що коефіцієнт лінійного термічного розширення дорівнює нулю для деяких напрямків у площині XY; натомість площина XZ не містить таких напрямків. При T = 273 К ці напрямки утворюють кути 43° та 133° з віссю X(або, що те ж саме, кути 2° та 92° з кристалографічною віссю а). Розмір кристалів β -TlInS₂ не залежить від температури в цих напрямках. Крім того, ці напрямки не обертаються в площині *ab* в досліджуваному діапазоні температур. Те ж саме стосується площини YZ; причому напрямки нульового коефіцієнта лінійного термічного розширення нахилені на 50° та 130° відносно осі Z.

В тримірному просторі всі напрямки нульового коефіцієнта лінійного термічного розширення є твірними лініями еліптичного конуса, головна вісь якого паралельна осі *Y*.

Шарувата структура кристалів $TIIn(S_{1-x}Se_x)_2$, яка призводить до відколу кристалічних пластин напрямку, перпендикулярного вздовж до кристалографічної осі с, перешкоджає виготовленню зразків довільної геометрії для проведення оптичних досліджень. Тому для подальших комплексних досліджень анізотропії термічних та оптичних параметрів твердих розчинів використовувалися монокристалічні $TIIn(S_{1-x}Se_x)_2$ зразки 3 поверхнями, перпендикулярними до осі с. Розміри цих зразків по осі с становили 4,21 мм для x = 0; 1,52 мм для x = 0,02; 1,36 мм для x = 0,06; 4,54 мм для x = 0,10; 2,86 мм для x = 0,15 та 1,4 мм для x = 0,25 [108]. Усі ці кристалічні зразки зберігалися протягом двох років після завершення процедури вирощування.



Рисунок 2.27. Вказівна поверхня тензора *α*' кристалів β-TlInS₂ для температури 273 К (а) та її перерізи площинами *XY* (б), *XZ* (в), *YZ* (г) [168].

На відміну від дилатометричних досліджень, дослідження температурних залежностей оптичного двозаломлення та орієнтації оптичної індикатриси для твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ не є тривіальним завданням. Насамперед, будьякі оптичні вимірювання в цих кристалах можуть бути успішно проведені лише тоді, коли світло поширюється точно вздовж напрямку *с*. З іншого боку, кристали TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ при $x \le 0,25$ мають псевдотетрагональну елементарну комірку, що повинно призводити до невеликого двозаломлення вздовж осі *с*. Так, згідно з роботою [120], двозаломлення в кристалах β -TlInS₂ за нормальних умов має порядок 10⁻⁴.

Наступна проблема, яка виникає при дослідженнях двозаломлення в твердих розчинах $Tlln(S_{1-x}Se_x)_2$, пов'язана з можливістю обертання оптичної індикатриси навколо осі *с* зі зміною температури. Температурна залежність відповідного кута повороту апріорі невідома. Це означає, що неможливо використовувати стандартні методи вимірювання приросту двозаломлення, які базуються на компенсації різниці фаз. Так, наприклад, незважаючи на надзвичайно високу точність вимірювання двозаломлення методом Сенармона, в цьому випадку його не можна використовувати, оскільки швидка та повільна осі чвертьхвильового компенсатора не можуть відслідковувати орієнтацію осей оптичної індикатриси під час зміни температури. Те ж саме стосується орієнтації падаючого лінійно-поляризованого світла. З тих самих причин не можна використовувати також й стандартний метод півхвильової різниці ходу. Щоб уникнути вищевказаних проблем, потрібно зробити падаюче світло нечутливим до орієнтації осей оптичної індикатриси — тобто, воно має бути циркулярно-поляризованим.

З огляду на вищевикладене для дослідження оптичної різниці фаз й орієнтації оптичної індикатриси та отримання поляриметричних двомірних карт їхнього розподілу використовується поляриметр зображення (Рисунок 2.28). Щоб виміряти різницю фаз та орієнтацію оптичної індикатриси, зондуючий лазерний промінь розширюється й поляризується циркулярно. Чвертьхвильова пластина (9) орієнтована в так званому діагональному положенні; при цьому кут між її головними осями та напрямком пропускання поляризатора (8) дорівнює 45°.



Рисунок 2.28. Схема поляриметра зображення (I – секція джерела світла; II – генератор поляризації, III – секція зразка, IV – аналізатор поляризації, V – блок управління): 1 – Не–Nе лазер; 2 – променевий затвор; 3, 8 – поляризатори; 4, 9 – чвертьхвильові пластини; 5 – змішувач когерентності; 6 – розширювач пучка; 7 – просторовий фільтр; 10 – аналізатор; 11 – об'єктив; 12 – ПЗС-камера; 13 – монітор; 14 – фреймграббер (плата захвату зображення); 15 – ПК; 16 – контроллер затвора; 17 – контроллери крокових двигунів; 18 – крокові двигуни; 19 – контроллер опорного положення [169].

Тоді досліджуваний зразок можна розглядати як лінійний фазосповільнювач, для якого залежність вихідної інтенсивності світла *I* від азимута аналізатора *ψ* можна записати як [169]

$$I = \frac{I_0}{2} (1 + \sin \Delta \Gamma \sin(2(\psi - \varphi))) = C_1 + C_2 \sin(2(\psi - C_3)), \qquad (2.31)$$

де φ – кут орієнтації оптичної індикатриси; $\Delta \Gamma = 2\pi (\Delta n) d/\lambda$ – оптична різниця фаз; Δn – лінійне двозаломлення; d – товщина зразка; λ – довжина хвилі оптичного випромінювання.

Після запису та фільтрації оптичного зображення азимутальні залежності вихідної інтенсивності світла *I* інтерполюються синусоїдальною функцією (2.31) для кількох центральних пікселів перерізу пучка (або для всіх пікселів, якщо записуються поляриметричні карти) з наступними коефіцієнтами інтерполяції:

$$C_1 = \frac{I_0}{2}, \ C_2 = \frac{I_0}{2} \sin \Delta \Gamma, \ C_3 = \varphi.$$
 (2.32)

В такому випадку оптична різниця фаз $\Delta\Gamma$ визначається коефіцієнтами C_1 та C_2 у співвідношенні

$$\sin\Delta\Gamma = \frac{C_2}{C_1},\tag{2.33}$$

тоді як кутова орієнтація мінімуму інтенсивності визначається орієнтацією головної осі оптичної індикатриси φ та коефіцієнтом C_3 . Таким чином, інтерполяція залежностей вихідної інтенсивності світла I від азимута аналізатора ψ для кожного пікселя зображення досліджуваного зразка дозволяє побудувати двомірні карти розподілу параметрів оптичної анізотропії – оптичної різниці фаз та кута орієнтації оптичної індикатриси.

Аналізуючи коноскопічні картини, отримані для твердих розчинів Tlln(S_{1-x}Se_x)₂ з різними значеннями концентрації атомів Se x (Рисунок 2.29), можна побачити, що двозаломлення для твердих розчинів з x = 0,25 є достатньо малим, а ізохроми є майже колами – тобто, такі тверді розчини є "майже оптично одновісними". З іншого боку, ізохроми для твердих розчинів з x = 0; 0,06; 0,10 набувають еліптичної форми, що свідчить про те, що двозаломлення в цих твердих розчинах вздовж осі *с* є вищим, ніж у випадку

x = 0,25. Найбільше двозаломлення має спостерігатися для твердих розчинів з x = 0,02; 0,15. Й, дійсно, коноскопічні картини, що спостерігаються для цих твердих розчинів, характерні для оптично двовісних кристалів з малим кутом між оптичними осями. Однак коноскопічні картини для твердих розчинів з x = 0,02 деформуються, що свідчить про нерівномірні напруження всередині них [134]. Це є причиною того, що вимірювання температурних залежностей приросту двозаломлення та кута повороту оптичної індикатриси для твердих розчинів з x = 0,02 здійснити не вдалося.



Рисунок 2.29. Коноскопічні картини для твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂: x = 0 (a), x = 0,02 (б), x = 0,06 (в), x = 0,10 (г), x = 0,15 (д), x = 0,25 (е). Світло з довжиною хвилі $\lambda = 632,8$ нм поширюється вздовж осі *с* [108].

Аналізуючи температурні залежності приросту кута повороту оптичної індикатриси $\Phi = \Delta \varphi$, приросту оптичного двозаломлення $H = \delta \Delta(n)$, їхніх

похідних від температури Φ' та H', а також відносного лінійного видовження Λ_{cc} та коефіцієнта лінійного термічного розширення α_{cc} для кристалів β-TlInS₂ (фактично, твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з x = 0) (Рисунок 2.30), можна знайти чотири особливі температурні точки.



Рисунок 2.30. Температурні залежності Φ та H (а), Φ' та H' (б), Λ_{cc} та α_{cc} (в) для кристалів β-TlInS₂ [108, 169, 170].

Такими точками є:

- точка $T_{C1} = 228$ K, яка проявляється в температурній залежності Φ ;
- точка $T_i = 214$ K, яка проявляється в температурних залежностях H', Λ_{cc} та

 $\alpha_{cc};$

– точка T_{C2} з діапазону температур 196–205 К, яка проявляється в температурних залежностях H, H', Λ_{cc} та α_{cc} ;

- $T_2 = 162$ K, яка проявляється в температурних залежностях Λ_{cc} та α_{cc} .

Як можна бачити, наведені вище температури ФП майже збігаються з температурами $T_{\rm C} \approx 206$ К та $T_i \approx 214$ К (Рисунок 2.22–Рисунок 2.24), отриманими виключно з температурних залежностей коефіцієнта лінійного термічного розширення [168]. При цьому, порівнюючи отримані дані та результати досліджень кристалів β-TlInS₂, здійснених іншими авторами, можна зробити висновок, що температура $T_{\rm C1}$ відповідає температурі розмитого ФП з нормальної фази у впорядковану фазу в політипі з $c = 16c_0$, тоді як температура $T_{\rm C2}$ являє собою температуру розмитого ФП з неспівмірної фази в сегнетоелектричну фазу в політипі з $c = c_0$.

Аномалія при $T_i = 214$ К (Рисунок 2.30) є такою ж самою, що й точка 214 К з роботи [115] (або точка 216 К з робіт [167] та [120]), яка характеризує ФП у неспівмірну фазу в політипі з $c = c_0$. Натомість щодо додаткових аномалій, які спостерігаються при ще нижчих температурах ($T_2 = 162$ K), можна припустити, що вони належать до області температур, де розмитий ФП з неспівмірної фази у сегнетоелектричну фазу завершується в політипі з $c = c_0$. Причому це структурне перетворення починається при $T_{C2} \approx 197$ K (або 206 K).

За нормальних умов абсолютна величина двозаломлення для кристалів β -TlInS₂, визначена за двомірними картами розподілу оптичних параметрів, становить приблизно 4×10^{-4} [169], що задовільно узгоджується з даними з роботи [120]. Приріст кута орієнтації оптичної індикатриси $\delta \varphi$ для кристалів β -TlInS₂ за нормальних умов (T = 290 K) дорівнює (84,16±14,60)° по всій карті; натомість приріст оптичної різниці фаз $\delta(\Delta\Gamma)$ за цих самих умов дорівнює (18,64±7,61)° (Рисунок 2.31).

В свою чергу, значення приросту кута орієнтації оптичної індикатриси та приросту оптичної різниці фаз при T = 219 К становлять (98,86±13,35)° та (33,72±9,73)° відповідно (Рисунок 2.32).



Рисунок 2.31. Двомірні карти розподілу $\delta(\Delta\Gamma)$ (а) та $\delta\varphi$ (б) для кристалів β-TlInS₂ при *T* = 290 K у кристалографічній площині *ab* [169].



Рисунок 2.32. Двомірні карти розподілу $\delta(\Delta\Gamma)$ (а) та $\delta\varphi$ (б) для кристалів β-TlInS₂ при *T* = 219 K у кристалографічній площині *ab* [169].

Слід зауважити, що середньоквадратичні відхилення обох параметрів при цих температурах близькі. Це означає, що немає підстав припускати, що існують якісь неоднорідності двозаломлення та кута орієнтації оптичної індикатриси як прояви політипних станів. Просторові розподіли вищевказаних параметрів також досить рівномірні при нижчих температурах вище T_{C2} .

132

Однак у сегнетоелектричній фазі нижче T_{C2} (T = 169 К) розподіл приросту оптичної різниці фаз можна розділити на дві області, в яких прирости оптичної різниці фаз дорівнюють (35,52±8,69)° та (60,79±8,82)° – тобто, середні значення приросту оптичної різниці фаз у цих областях відрізняються майже вдвічі (Рисунок 2.33). Крім того, середньоквадратичні відхилення приросту оптичної різниці фаз у цих областях настільки малі, що значення обох параметрів не перекриваються. З іншого боку, приріст кута орієнтації оптичної індикатриси при T = 169 К для цих областей є однаковим – він дорівнює (91,85±7,17)°.



Рисунок 2.33. Двомірні карти розподілу $\delta(\Delta\Gamma)$ (а) та $\delta\varphi$ (б) для кристалів β-TlInS₂ при *T* = 169 K у кристалографічній площині *ab* [169].

Оскільки параелектрична фаза є центросиметричною, зміни лінійного двозаломлення та кута орієнтації оптичної індикатриси можна віднести лише до квадрата спонтанної поляризації. Іншими словами, ці зміни однакові в доменах з протилежними знаками спонтанної поляризації, й поляриметрично розрізнити такі домени неможливо. З іншого боку, домени є енантіоморфними й повинні мати протилежні знаки оптичної активності. Незважаючи на те, що лінійне двозаломлення є досить малим (близько 4×10^{-4}), його достатньо для маскування циркулярного двозаломлення, яке має порядок величини $10^{-5} - 10^{-4}$ в середньому по досліджуваному зразку. Отже, малоймовірно, що різниця

приростів оптичної різниці фаз у різних областях досліджуваного зразка викликана енантіоморфною доменною структурою. Крім того, кут орієнтації оптичної індикатриси достатньо рівномірно розподілений по площі досліджуваного зразка. З огляду на вищевикладене, ці області можна розглядати як такі, що відповідають різним політипам – а саме, політипам з $c = c_0$ та $c = 16c_0$. За допомогою поляриметричних методів ці області можна чітко розрізнити лише при більш низьких температурах, де параметри порядку для обох політипів стають достатньо високими.

Згідно з дилатометричними дослідженнями, особливими температурними точками для твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з x = 0,02 є точки $T_i = 201$ K, $T_{C2} = 180$ K та $T_2 = 160$ K (Рисунок 2.34). Ці результати близькі до результатів, отриманих з температурної залежності діелектричної проникності в роботі [171] ($T_i = 203$ K та $T_C = 183$ K) та наведених в роботі [134] ($T_i = 204$ K та $T_C = 190$ K). Тим не менше, ФП при T_{C2} для твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з x = 0,02 виявлено не було.



Рисунок 2.34. Температурні залежності Λ_{cc} та α_{cc} для кристалів TlIn(S_{0,98}Se_{0,02})₂ [108, 170].

Для твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з x = 0,06 (Рисунок 2.35) температурні залежності Φ , H, Φ' та H' характеризуються аномаліями, виявленими при

 $T_{\rm C2} = 166$ К та $T_i = 185$ К. Згладжені аномалії в температурних залежностях Λ_{cc} та α_{cc} спостерігаються в околах точок $T_i = 185$ К, $T_{\rm C2} = 166$ К та $T_2 = 157$ К.



Рисунок 2.35. Температурні залежності Φ та H (а), Φ' та H' (б), Λ_{cc} та α_{cc} (в) для кристалів TlIn(S_{0.94}Se_{0.06})₂ [108, 170].

Ще одна чітка аномалія спостерігається в температурній залежності α_{cc} при $T_{C1} = 214$ К. Можна припустити, що ця точка відповідає ФП політипу з $c = 16c_0$. В свою чергу, температура $T_i = 185$ К, скоріше за все, відповідає ФП з параелектричної фази в неспівмірну фазу, тоді як точка $T_{C2} = 166$ К відповідає ФП з неспівмірної фази в сегнетоелектричну фазу.

Для твердих розчинів TIIn(S_{1-x}Se_x)₂ з x = 0,10 (Рисунок 2.36) на температурних залежностях Φ та H можна виявити три особливі точки: $T_i = 175$ K, $T_{C2} = 150$ K та $T_2 = 132$ K. При цьому слід зазначити, що на температурній залежності Φ при $T = T_{C2}$ можна спостерігати чіткий стрибок, який свідчить про перший рід відповідного ФП. Натомість температурна залежність Λ_{cc} характеризується особливою температурою $T_2 = 132$ K, а в температурній залежності α_{cc} можна спостерігати три аномалії ($T_i = 175$ K, $T_{C2} = 150$ K та $T_2 = 132$ K).



Рисунок 2.36. Температурні залежності Φ та H (а), Λ_{cc} та α_{cc} (б) для кристалів TlIn(S_{0,90}Se_{0,10})₂ [108].

Для твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з x = 0,15 (Рисунок 2.37) на температурній залежності Φ спостерігаються аномалії при $T_2 = 144$ К та $T_{C2} = 164$ К. Крім того, на температурній залежності H спостерігається особлива точка $T_i = 183$ К. Ті ж самі аномалії чітко спостерігаються в температурних залежностях Φ' , H' та α_{cc} . Натомість на температурній залежності Λ_{cc} можна виявити єдину особливу точку $T_2 = 144$ К.



Рисунок 2.37. Температурні залежності Φ та H (а), Φ' та H' (б), Λ_{cc} та α_{cc} (в) для кристалів TlIn(S_{0,85}Se_{0,15})₂ [108].

Тверді розчини TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ з x = 0,25 (Рисунок 2.38) за нормальних умов близькі до оптично одновісного стану, з огляду на їхню коноскопічну картину (Рисунок 2.29). Їхнє двозаломлення демонструє тенденцію до зростання при охолодженні, тоді як кут орієнтації оптичної індикатриси майже не залежить від температури. При цьому в температурних залежностях Φ та H неможливо розпізнати якісь особливі точки, які можна було б віднести до ФП. С іншого боку, в температурних залежностях Φ' та H' спостерігається область "лінеаризації"; причому температура T_2 , нижче якої починається процес "лінеаризації", скоріше за все, дорівнює 133 К. Й, нарешті, на температурній залежності α_{cc} , окрім точки $T_2 = 133$ К, чітко спостерігається температурна точка $T_{C2} = 160$ К. Проте на температурній залежності Λ_{cc} можна розпізнати лише точку T_2 . На жаль, точка T_i на жодній температурній залежності з вищевказаних не спостерігається.



Рисунок 2.38. Температурні залежності Φ та H (а), Φ' та H' (б), Λ_{cc} та α_{cc} (в) для кристалів TlIn(S_{0,75}Se_{0,25})₂ [108].

Таблиця 2.4 містить температури ФП, виявлені в твердих розчинах TlIn($S_{1-x}Se_x$)₂ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) в результаті експериментальних досліджень; при цьому, оскільки всі ці ФП тією чи іншою мірою є розмитими, наведені температури ФП є середніми значеннями відповідних діапазонів розмиття ФП.

0,02, 0,00, 0,10, 0,15, 0,25) [100].						
x	0	0,02	0,06	0,10	0,15	0,25
<i>Т</i> _{С1} , К	228	_	214	_	—	—
<i>Т</i> _{<i>i</i>} , К	214	201	185	175	183	_
<i>Т</i> _{C2} , К	201	180	166	150	164	160
Т2, К	162	160	157	132	144	133

Таблиця 2.4. Температури ФП для твердих розчинів TlIn($S_{1-x}Se_x$)₂ (x = 0; 0.02: 0.06: 0.10: 0.15: 0.25) [108].

Як можна бачити з (x,T)-фазової діаграми для твердих розчинів TlIn(S₁₋ _xSe_x)₂ (Рисунок 2.39), отримані результати щодо точок T_{C2} та T_i добре узгоджуються з відповідними даними, наведеними в роботі [133].



Рисунок 2.39. (*x*,*T*)-фазова діаграма для твердих розчинів TlIn($S_{1-x}Se_x$)₂ ($0 \le x \le 0,25$) [108]. Дані, позначені заповненими трикутниками, взяті з роботи [133].

Крім того, було виявлено, що сегнетоелектричний ФП є розмитим в області температур $T_{C2} > T > T_2$. Збільшення концентрації атомів Se x не має суттєвого впливу на температурну область, де існує неспівмірна фаза, хоча

існує невелика тенденція до її збільшення. Також можна бачити, що у твердих розчинах TIIn($S_{1-x}Se_x$)₂ з $0 \le x \le 0,05$ з'являється додатковий ФП, який, скоріше за все, відповідає сегнетоелектричному ФП у політипі з $c = 16c_0$. Можна припустити, що політипи у твердих розчинах TIIn($S_{1-x}Se_x$)₂ існують також й при більш високих концентраціях атомів Se x, тоді як ФП, властиві цим політипам, дуже розмиті, а аномалії, що відповідають цим ФП, виражені недостатньо.

Висновки до Розділу 2

1. Магнітооптичні параметри лужно-боратних стекол LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀ та LiCsB₆O₁₀, експериментально визначені за нормальних умов для довжини оптичної хвилі 632,8 нм, попри їхню меншу величину порівняно з відповідними характеристиками відомих магнітооптичних матеріалів, свідчать про принципову можливість використання цих стекол для роботи з потужним лазерним випромінюванням з огляду на такі їхні переваги, як нетоксичність, простота в отриманні, прозорість в широкому спектральному діапазоні та висока променева стійкість.

2. Ефективні коефіцієнти Фарадея та константи Верде були експериментально визначені для двовісних халькогенідних кристалів Tl₃AsS₄, AgGaGe₃Se₈, AgGaGeS₄ розчинів $TIIn(S_{1-x}Se_x)_2$ твердих та (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) за нормальних умов для довжини оптичної хвилі 632,8 нм в геометрії експерименту, яка відповідає напрямкам поширення світла та напруженості магнітного поля, паралельним одній з оптичних осей. При твердих розчинах $TIIn(S_{1-x}Se_x)_2$ цьому встановлено, ЩО В (x = 0; 0.02; 0.06; 0.10; 0.15; 0.25) ефективний коефіцієнт Фарадея та константа Верде мають тенденцію до зростання із збільшенням концентрації атомів Se x, що можна пояснити дисперсією коефіцієнтів Фарадея та зсувом краю поглинання в бік більших довжин оптичних хвиль.

3. Виходячи зі значень їхніх магнітооптичних параметрів, халькогенідні кристали Tl_3AsS_4 , AgGaGe₃Se₈ та тверді розчини $TlIn(S_{1-x}Se_x)_2$

(x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) можна вважати одними з найкращих магнітноневпорядкованих матеріалів для магнітооптичних застосувань, порівняно з такими конкурентами у цій сфері, як кристали Sn₂P₂S₆, ZnTe, Cu₂O та Tb₃Ga₅O₁₂.

4. В результаті комплексного дослідження температурної поведінки анізотропії акустичних (швидкості АХ, коефіцієнти жорсткості й пружної податливості) та термічних (відносні термічні зміни розмірів та об'єму, коефіцієнти лінійного та об'ємного термічного розширення) параметрів халькогенідних кристалів TlInSe₂ було встановлено, що ці кристали зазнають декількох ΦП та проходів через широкий температурний діапазон співіснування фаз. Так, зокрема, значна аномальна поведінка цих параметрів була виявлена при $T_1 \approx 245$ K та $T_2 \approx 145$ K; причому температурні залежності швидкостей АХ та дилатометричні дані свідчать про те, що симетрія кристалів TlInSe₂ стає нижчою за тетрагональну нижче температури T_1 . Поряд з появою спонтанних деформацій вздовж основних кристалографічних напрямків це може вказувати на сегнетоеластичну природу відповідного ФП (більше того, можливим є співіснування фаз в області температур між T_1 та T_2). При цьому слід зауважити, що специфічна точка $T_2 \approx 145$ К виявляється близькою до температури 135 К, в якій іншими дослідниками було виявлено ФП з неспівмірної фази у впорядковану фазу. В свою чергу, точка $T_1 \approx 245$ K може відповідати температурі 185 К, в якій, згідно з деякими літературними даними, також відбувається ФП.

5. На основі експериментальних досліджень температурної поведінки анізотропії термічного розширення халькогенідних кристалів TlGaSe₂ було значень тензора лінійного термічного отримано залежності власних розширення. Показано, що в кристалах TlGaSe₂ спостерігається анізотропія термічного розширення не тільки вздовж напрямків, паралельних та перпендикулярних до площини спайності, але й в самій площині спайності. Ця анізотропія проявляється в тому, що власні значення α'_{11} та α'_{22} тензора термічного розширення суттєво відрізняються лінійного між собою.

Використовуючи температурні залежності термічного розширення, в кристалах TlGaSe₂ було виявлено аномалії, які, найбільш ймовірно, відповідають структурним ФП серед різних політипів. Так, зокрема, аномалії, виявлені при $T_{\rm C} \approx 106$ К та $T_i \approx 113$ К, можуть бути пов'язані з ФП відповідно в сегнетоелектричну фазу та неспівмірну фазу в політипі з $c = c_0$, тоді як аномалію в температурній області $T'_{\rm C} = (124$ К; 137 К) можна віднести до ФП в політипі з $c = 2c_0$. Крім того, аномальна поведінка параметрів термічного розширення спостерігалася в області температур $\Delta T_k = (200$ К; 240 К). Ймовірно, це вказує на існування в кристалічній матриці досліджуваних зразків кристалів TlGaSe₂ політипів з певними вищими значеннями параметра c, які мають характеризуватися також й певними іншими структурними змінами.

6. В результаті комплексного дослідження температурної поведінки анізотропії термічних та оптичних (двомірні розподіли приростів кута орієнтації оптичної індикатриси та оптичної різниці фаз) параметрів халькогенідних твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) було встановлено, що збільшення концентрації атомів Se x знижує майже всі температури ФП. Проте температура T_i для політипу з $c = c_0$ зростає при концентрації атомів Se x > 0,10. Крім того, спостерігається розширення області температур, де існує неспівмірна фаза. Також було встановлено, що ФП з неспівмірної фази в сегнетоелектричну фазу має чітко впізнаваний розмитий характер. Й, нарешті, було показано, що політипна структура властива не лише для чистих кристалів β-TlInS₂, але також й для твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂, оскільки у цих твердих розчинах з $0 \le x \le 0,05$ виникає додатковий ФП, який є, скоріше за все, ФП в сегнетоелектричну фазу в політипі з $c = 16c_0$.

РОЗДІЛ З. АКУСТООПТИЧНА ВЗАЄМОДІЯ З ВРАХУВАННЯМ НЕОРТОГОНАЛЬНОСТІ АКУСТИЧНИХ ВЛАСНИХ ХВИЛЬ

3.1. Аналіз деформацій, викликаних акустичними хвилями, в аспекті акустооптичної взаємодії

Коли АХ поширюється в оптично прозорому середовищі, вона завдяки ПО ефекту викликає періодичні зміни компонент тензора діелектричної непроникності **B** з амплітудними значеннями

$$\Delta B_{ij} = p_{ijkl} e_{kl}, \qquad (3.1)$$

де p_{ijkl} – компоненти ПО тензора (полярного тензора четвертого рангу з внутрішньою симетрією $[V^2]^2$); e_{kl} – компоненти тензора деформацій (полярного тензора другого рангу), які викликані АХ. Взаємодія падаючої оптичної хвилі з періодичною структурою показника заломлення, індукованою АХ в матеріальному середовищі завдяки ПО ефекту, є АО дифракцією [1].

Необхідно зауважити, що, на відміну від чисто уявних внесків до тензора діелектричної непроникності **B**, зумовлених оптичною активністю (природною або індукованою), внески (3.1) є дійсними. З огляду на це всі аспекти поширення оптичних хвиль в оптично активних середовищах, висвітлені у Розділах 1 та 2, залишаються в силі у випадку, коли в таких середовищах відбувається AO дифракція.

Ефективність АО дифракції Брегга, як відношення інтенсивностей дифрагованого (I) та падаючого (I_0) світла ($\eta = I/I_0$), залежить від низки геометричних та матеріальних параметрів відповідного АО елемента [2]:

$$\eta = \sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda \cos \theta_B} \sqrt{M_2 P_a \frac{L}{2H}} \right), \tag{3.2}$$

$$M_2 = \frac{n_i^3 n_d^3 p_{eff}^2}{\rho v^3},$$
 (3.3)

 ρ – густина АО матеріалу; p_{eff} – ЕПОК; λ – довжина падаючої оптичної хвилі, θ_B – кут Брегга; v та P_a – відповідно швидкість та потужність АХ; L та H – відповідно довжина АО взаємодії та ширина пучка АХ; n_i та n_d – показники заломлення відповідно падаючої та дифрагованої оптичних хвиль. Натомість у випадку слабкої АО взаємодії ($\eta \le 0,4$) використовується наступне співвідношення для ефективності АО дифракції Брегга [2]:

$$\eta = M_2 \frac{\pi^2 L}{2H\lambda^2 \cos^2 \theta_B} P_a. \tag{3.4}$$

Як можна бачити з формули (3.3), співвідношення для КАОЯ включає такі конститутивні параметри, як швидкість АХ, показники заломлення падаючої та дифрагованої оптичних хвиль, густина АО матеріалу та ЕПОК. з вищевказаних параметрів є тензорними Більшість величинами, шо описуються тензорами другого або четвертого рангів, які містять достатньо велику кількість незалежних компонент, яка зростає зі зниженням симетрії АО середовища [16]. Таким чином, хоча КАОЯ й являє собою скалярну величину, він сильно залежить від геометрії АО взаємодії, яка, у свою чергу, передбачає різні набори матеріальних параметрів. Крім того, коли симетрія АО середовища стає нижчою, з'являються деякі додаткові ефекти – такі, наприклад, як неортогональність АХ, що визначається як відхилення від чисто поздовжнього або чисто поперечного стану поляризації власних АХ. Отже, при правильному виборі геометрії АО дифракції Брегга можна, в принципі, знайти оптимальну фазову векторну діаграму, для якої досягається максимальна величина КАОЯ.
Пошук кристалів з достатньо високими значеннями КАОЯ є однією з найважливіших проблем АО матеріалознавства. Це зумовлено тим, що цей параметр, як можна бачити зі співвідношення (3.4), відіграє роль коефіцієнта пропорційності між ефективністю АО взаємодії та потужністю АХ в певному визначеному АО активному елементі – якщо КАОЯ високий, робочу потужність АХ можна зменшити. Це означає зниження споживання енергії, що завжди важливо для пристроїв, які використовують АО взаємодію.

Вирішення вищевказаної проблеми є не настільки простим завданням, як це може здатися на перший погляд. В загальному випадку швидкості АХ можна отримати, виходячи з тензора Крістоффеля після знаходження його власних значень, що можна зробити наближено (чисельно) або аналітично. Однак ЕПОК визначається громіздкими співвідношеннями, які залежать від напрямків поширення і поляризації взаємодіючих оптичних хвиль та АХ. При цьому поляризація та напрямок поширення АХ визначають ненульові компоненти тензора деформацій е, які впливають на тензор діелектричної непроникності В через ПО ефект, та обумовлюють набір компонент ПО тензора р, залучених до визначення ЕПОК. Компоненти тензора деформацій задаються похідними від компонент вектора зміщень за координатами [16]. Слід зауважити, що вектори поляризації (зміщення) для кожної з трьох власних AX – а саме, для QL AX, QT₁ AX та QT₂ AX – збігаються з власними векторами тензора Крістоффеля. Проте врахування ефекту неортогональності АХ призводить до появи більш ніж недіагональної компоненти В Крістоффеля, однієї тензорі шо унеможливлює аналітичне розв'язання відповідного рівняння.

Складність цієї загальної аналітичної задачі зумовлює те, що для її вирішення досить часто доводиться використовувати чисельний підхід [8, 9], який є менш інформативним, ніж аналітичний підхід [10–12]. З іншого боку, аналітичні підходи базуються на певних наближеннях. Так, наприклад, в роботі [10] анізотропія КАОЯ в кристалах LiNbO₃ була розрахована шляхом аналізу лише анізотропних АО взаємодій з поздовжніми АХ. В свою чергу, в роботі [172] для кристалів LiNbO₃ було проаналізовано лише колінеарний тип АО

взаємодії. Тим не менше, для розуміння причин певної визначеної ефективності АО дифракції необхідно отримати аналітичні співвідношення для ЕПОК – а отже, розробити загальний підхід для отримання аналітичних співвідношень для компонент тензора деформацій, які викликані АХ, що поширюються в довільних напрямках, з урахуванням ефекту їхньої неортогональності (квазіпоздовжності або квазіпоперечності).

Для опису всіх можливих напрямків поширення АХ оберемо початкову кристалофізичну систему координат *XYZ*. Вона є декартовою системою координат, в якій представлені всі матеріальні тензори [173]. Щоб перейти до довільних напрямків у кристалічному середовищі, необхідно повернути систему координат *XYZ* навколо двох неколінеарних осей. Така процедура включає в себе наступні послідовні етапи (Рисунок 3.1): поворот системи координат *XYZ* навколо осі *Z* на кут + φ для отримання системи координат *XYY'Z*', де *Z*' = *Z*; поворот системи координат *X'Y'Z*'', де *Y'' = Y*'.

Перетворення декартової системи координат при обертаннях навколо головних осей *X*, *Y* та *Z* в загальному випадку описуються так званими матрицями перетворення $T_x(\chi)$, $T_y(\theta)$ та $T_z(\varphi)$:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\chi}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \boldsymbol{\chi} & \sin \boldsymbol{\chi} \\ 0 & -\sin \boldsymbol{\chi} & \cos \boldsymbol{\chi} \end{bmatrix},$$
(3.5)

$$\mathbf{T}_{\mathbf{y}}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix},$$
(3.6)

$$\mathbf{T}_{\mathbf{z}}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0\\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (3.7)



Рисунок 3.1. Перетворення декартової системи координат *XYZ* \rightarrow *X'Y'Z'* \rightarrow *X''Y''Z''* шляхом послідового здійснення повороту на кут + ϕ навколо осі *Z* та повороту на кут + θ навколо осі *Y'* [173].

У разі послідовного здійснення повороту навколо осі Z на кут + ϕ та повороту навколо осі Y' на кут + θ результуюча матриця перетворення $T_2(\phi, \theta)$ отримується шляхом перемноження елементарних матриць $T_y(\theta)$ та $T_z(\phi)$ [173]:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{2}}(\varphi,\theta) = \mathbf{T}_{\mathbf{y}}(\theta)\mathbf{T}_{\mathbf{z}}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta\\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0\\ \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta \end{bmatrix}.$$
(3.8)

Припустимо, що АХ поширюється вздовж осі Z''. Це означає, що її хвильовий вектор **К** та одиничний вектор хвильової нормалі $\xi = \mathbf{K}/|\mathbf{K}|$ ($|\xi| = 1$) паралельні осі Z'': **К** || Z'' та $\xi || Z''$.

Кути φ та θ є відповідно азимутальним та полярним кутами вектора ξ у сферичній системі координат (Рисунок 3.1). Компоненти вектора ξ , записані в системі координат *ХҮZ*, є напрямними косинусами α , β та γ вектора **K**:

$$\alpha = \xi_x = \xi_1 = \sin\theta\cos\varphi,$$

$$\beta = \xi_y = \xi_2 = \sin\theta\sin\varphi,$$

$$\gamma = \xi_z = \xi_3 = \cos\theta,$$

$$\xi = [\sin\theta\cos\varphi; \sin\theta\sin\varphi; \cos\theta].$$

(3.9)

Як відомо, пошук розв'язків тримірного рівняння руху у вигляді плоских хвиль призводить до рівняння Крістоффеля, яке є основним рівнянням теорії поширення АХ:

$$\mathbf{\Lambda u} = v^2 \mathbf{u},\tag{3.10}$$

де **Л** – приведений тензор Крістоффеля, **u** – вектор зміщення, *v* — фазова швидкість АХ. При цьому приведений тензор Крістоффеля **Л** пов'язаний зі звичайним тензором Крістоффеля **Г** як

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Gamma} / \boldsymbol{\rho}. \tag{3.11}$$

Симетричний тензор Крістоффеля другого рангу Г виражається через одиничний вектор хвильової нормалі ξ та тензор жорсткості четвертого рангу С:

$$\Gamma = \xi C \xi, \ \Gamma_{il} = C_{ijkl} \xi_j \xi_k. \tag{3.12}$$

Тоді компоненти λ_{il} тензора Λ можна записати у вигляді [173]

$$\lambda_{il} = \frac{1}{\rho} \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} C_{ijkl} \xi_j \xi_k.$$
(3.13)

Останнє співвідношення можна представити в розгорнутому вигляді як

$$\begin{bmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{22} \\ \lambda_{33} \\ \lambda_{23} \\ \lambda_{13} \\ \lambda_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{66} & C_{55} & C_{56} + C_{56} & C_{15} + C_{15} & C_{16} + C_{16} \\ C_{66} & C_{22} & C_{44} & C_{24} + C_{24} & C_{46} + C_{46} & C_{26} + C_{26} \\ C_{55} & C_{44} & C_{33} & C_{34} + C_{34} & C_{35} + C_{35} & C_{45} + C_{45} \\ C_{16} & C_{26} & C_{45} & C_{46} + C_{25} & C_{14} + C_{56} & C_{12} + C_{66} \\ C_{15} & C_{46} & C_{35} & C_{45} + C_{36} & C_{13} + C_{55} & C_{14} + C_{56} \\ C_{56} & C_{24} & C_{34} & C_{44} + C_{23} & C_{36} + C_{45} & C_{45} + C_{46} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \xi_1^2 \\ \xi_2^2 \\ \xi_3^2 \\ \xi_2\xi_3 \\ \xi_1\xi_3 \\ \xi_1\xi_3 \\ \xi_1\xi_2 \end{bmatrix}.$$
(3.14)

Оскільки тензор Λ є симетричним тензором другого рангу, його вказівна поверхня, що являє собою поверхню повільності AX $s = v^{-1}$, в загальному випадку є еліпсоїдом. Цю поверхню можна описати за допомогою рівняння, аналогічного рівнянню оптичної індикатриси $\mathbf{rBr} = B_{ij}x_ix_j = 1$, за умови, що компоненти В_і тензора діелектричної непроникності В замінені компонентами λ_{il} тензора **Л**. При цьому головні показники заломлення n_1 , n_2 та n_3 замінюються головними повільностями s₁, s₂ та s₃. Подібно до оптичної індикатриси, вказівної центральний переріз поверхні Λ площиною, тензора перпендикулярною до напрямку поширення AX (тобто, до вектора $\xi \parallel Z''$), ϵ еліпсом. Головні осі цього еліпса дають напрямки двох осей "власної" системи координат тензора Λ , яка відповідає цьому напрямку поширення АХ. Для того, щоб знайти орієнтацію цих головних осей, необхідно перетворити тензор Л, записаний в системі координат XYZ, на тензор Л'', записаний в системі координат Х''Ү''Z'', використовуючи процедуру перетворення тензорів

$$\Lambda'' = \mathbf{T}_{2}(\varphi, \theta) \Lambda \mathbf{T}_{2}^{-1}(\varphi, \theta), \qquad (3.15)$$

де $T_2^{-1}(\varphi, \theta)$ – матриця, обернена до матриці перетворення $T_2(\varphi, \theta)$.

Шуканий еліпс лежить у площині X''Y'' й в загальному випадку його головні осі утворюють деякий кут ψ з осями X'' та Y'' [173]:

$$tg2\psi = \frac{2\lambda_{12}''}{\lambda_{22}'' - \lambda_{11}''},$$
(3.16)

$$\psi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{2\lambda_{12}''}{\lambda_{22}'' - \lambda_{11}''}\right).$$
(3.17)

150

При цьому компоненти λ_{11}'' , λ_{22}'' , λ_{12}'' знаходяться з рівняння (3.15):

$$\lambda_{11}'' = (\lambda_{11}\cos^2\varphi + \lambda_{22}\sin^2\varphi + \lambda_{12}\sin 2\varphi)\cos^2\theta + \lambda_{33}\sin^2\theta - (\lambda_{13}\cos\varphi + \lambda_{23}\sin\varphi)\sin 2\theta,$$

$$\lambda_{22}'' = \lambda_{11}\sin^2\varphi + \lambda_{22}\cos^2\varphi - \lambda_{12}\sin 2\varphi,$$

$$\lambda_{12}'' = (0,5(\lambda_{22} - \lambda_{11})\sin 2\varphi + \lambda_{12}\cos 2\varphi)\cos\theta + \lambda_{12}\sin\varphi,$$

$$+ (\lambda_{13}\sin\varphi - \lambda_{23}\cos\varphi)\sin\theta.$$

(3.18)

Після повороту системи координат X''Y''Z'' навколо осі Z'' на кут ψ отримаємо нову систему координат X'''Y'''Z''', в якій осі X''' та Y''' спрямовані вздовж головних осей еліпса, а вісь Z''' = Z'' паралельна вектору ξ . При цьому матриця перетворення $XYZ \rightarrow X'''Y'''Z'''$ $\mathbf{T}_3(\varphi, \theta, \psi)$ виглядає наступним чином [173]:

$$\mathbf{T}_{3}(\varphi,\theta,\psi) = \mathbf{T}_{z}(\psi)\mathbf{T}_{2}(\varphi,\theta) = \mathbf{T}_{z}(\psi)\mathbf{T}_{y}(\theta)\mathbf{T}_{z}(\varphi) = \begin{bmatrix} \left(\cos\theta\cos\varphi\cos\psi - -\right) & \left(\cos\theta\sin\varphi\cos\psi + +\cos\varphi\sin\psi\right) & -\sin\theta\cos\psi \\ -\sin\phi\sin\psi & \left(-\cos\theta\cos\varphi\sin\psi - -\right) & \left(-\cos\theta\sin\varphi\sin\psi + +\cos\varphi\cos\psi \right) & \sin\theta\sin\psi \\ -\sin\phi\cos\psi & \left(-\cos\theta\sin\varphi\sin\psi + +\cos\varphi\cos\psi \right) & \sin\theta\sin\psi \\ \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta \end{bmatrix}.$$
(3.19)

Система координат $X'''Y'''Z''' \in$ "системою відліку" для представлення компонент тензора деформацій, що індукуються кожною з трьох власних АХ, які поширюються вздовж вектора ξ . Один з векторів цієї системи координат задається вектором ξ (3.9), який записаний у вихідній системі координат XYZ. Два інші вектори, τ та ς , отримуються при зворотному перетворенні $X'''Y'''Z''' \rightarrow XYZ$ відповідно за формулами

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{T}_{3}^{-1}(\varphi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} 1\\0\\0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\varphi \cos\psi - \sin\varphi \sin\psi\\ \cos\theta \sin\varphi \cos\psi + \cos\varphi \sin\psi\\ -\sin\theta \cos\psi \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

151

$$\varsigma = \mathbf{T}_{3}^{-1}(\varphi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} 0\\1\\0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\theta\cos\varphi\sin\psi - \sin\varphi\cos\psi\\ -\cos\theta\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi\\ \sin\theta\sin\psi \end{bmatrix}.$$
(3.21)

Порівнюючи рівняння (3.9) з рівняннями (3.19), (3.20) та (3.21), можна побачити, що матриці перетворення $T_3(\varphi, \theta, \psi)$ та $T_3^{-1}(\varphi, \theta, \psi)$ визначаються компонентами векторів τ , ς та ξ [173]:

$$\mathbf{T}_{3}(\varphi,\theta,\psi) = \begin{bmatrix} \tau_{1} & \tau_{2} & \tau_{3} \\ \varsigma_{1} & \varsigma_{2} & \varsigma_{3} \\ \xi_{1} & \xi_{2} & \xi_{3} \end{bmatrix}, \ \mathbf{T}_{3}^{-1}(\varphi,\theta,\psi) = \begin{bmatrix} \tau_{1} & \varsigma_{1} & \xi_{1} \\ \tau_{2} & \varsigma_{2} & \xi_{2} \\ \tau_{3} & \varsigma_{3} & \xi_{3} \end{bmatrix}.$$
(3.22)

З рівняння Крістоффеля (3.10) випливає, що власними значеннями тензора Λ є квадрати швидкостей власних АХ ($\lambda_{e1} = (v_1)^2$, $\lambda_{e2} = (v_2)^2$, $\lambda_{e3} = (v_3)^2$), тоді як власними векторами тензора Λ є вектори зміщення власних АХ \mathbf{u}_1 , \mathbf{u}_2 та \mathbf{u}_3 , довжина яких дорівнює одиниці ($|\mathbf{u}_1| = |\mathbf{u}_2| = |\mathbf{u}_3| = 1$). Оскільки тензор Λ записується у вихідній системі координат *XYZ*, його власні вектори \mathbf{u}_i ($\mathbf{i} = 1, 2, 3$) також записуються в цій системі координат. Щоб переписати їх у "системі відліку" *X'''Y'''Z'''*, можна використати наступні співвідношення:

$$\mathbf{u}_{i}^{\prime\prime\prime} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{i} \cdot \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{u}_{i} \cdot \boldsymbol{\varsigma} \\ \mathbf{u}_{i} \cdot \boldsymbol{\xi} \end{bmatrix}.$$
 (3.23)

Деформація суцільного середовища в нескінченно малому околі певної визначеної частинки цього середовища в загальному випадку може бути розкладена на поступальне переміщення цієї частинки разом з її околом (визначається вектором зміщення **u**), обертальне переміщення цього околу як твердого тіла навколо деякої осі, що проходить через цю частинку, та переміщення одних частинок цього околу відносно інших частинок цього околу, за якого змінюється відстань між цими частинками. Останні два переміщення визначаються похідними $\partial u_k/\partial x_l$ [16], які утворюють тензор дисторсії, що може бути розкладений на симетричний тензор деформацій **e** та антисиметричний тензор обертань **w** з компонентами, які дорівнюють

$$e_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right), \tag{3.24}$$

$$w_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} - \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right)$$
(3.25)

відповідно. Для подальшого аналізу приймається, що $w_{kl} = 0$; це дозволяє отримати умови $\partial u_k / \partial x_l = \partial u_l / \partial x_k$ [174].

Оскільки плоска АХ поширюється в напрямку $\xi \parallel Z'''$, зміщення частинок в кристалічному середовищі залежить тільки від координати Z''' (Рисунок 3.2).



Рисунок 3.2. Деформації елементарного кристалічного об'єму при поширенні в кристалічному середовищі АХ в напрямку $\xi \parallel Z$ (a); виникнення нормальної (б) та зсувної (в) компонент тензора деформацій. Вектори ξ та **u** лежать у площині *XZ* [173].

Тоді похідні вектора зміщення за координатами, пов'язані з осями X''' та Y''', дорівнюють нулю. У результаті, використовуючи рівняння (3.8) та (3.23), в "системі відліку" X'''Y'''Z''' можна записати тензори деформацій $\mathbf{e}_{\mathbf{i}}''$ ($\mathbf{i} = 1, 2, 3$) для трьох власних АХ, які поширюються в напрямку $\boldsymbol{\xi}$:

$$\mathbf{e}_{\mathbf{i}}^{\prime\prime\prime} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{u}_{\mathbf{i}} \cdot \boldsymbol{\tau} \\ 0 & 0 & \mathbf{u}_{\mathbf{i}} \cdot \boldsymbol{\varsigma} \\ \mathbf{u}_{\mathbf{i}} \cdot \boldsymbol{\tau} & \mathbf{u}_{\mathbf{i}} \cdot \boldsymbol{\varsigma} & \mathbf{u}_{\mathbf{i}} \cdot \boldsymbol{\xi} \end{bmatrix}.$$
 (3.26)

При цьому зазначені тензори можна переписати у вихідній системі координат *ХҮ*Z наступним чином:

$$\mathbf{e}_{\mathbf{i}} = \mathbf{T}_{\mathbf{3}}^{-1}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) \mathbf{e}_{\mathbf{i}}^{\prime\prime\prime} \mathbf{T}_{\mathbf{3}}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}). \tag{3.27}$$

Підставляючи співвідношення (3.19) та (3.26) у рівняння (3.27), отримуємо всі компоненти тензорів деформацій e_i (i = 1, 2, 3), індукованих трьома власними АХ, які поширюються в напрямку ξ [173]:

$$e_{i11} = (e_{i13}''' \cos \psi - e_{i23}''' \sin \psi) \sin 2\theta \cos^2 \varphi - -(e_{i13}''' \sin \psi + e_{i23}''' \cos \psi) \sin \theta \sin 2\varphi + e_{i33}'' \sin^2 \theta \cos^2 \varphi, e_{i12} = 0,5(e_{i13}''' \cos \psi - e_{i23}''' \sin \psi) \sin 2\theta \sin 2\varphi + +(e_{i13}''' \sin \psi + e_{i23}''' \cos \psi) \sin \theta \cos 2\varphi + 0,5e_{i33}'' \sin^2 \theta \sin 2\varphi, e_{i13} = (e_{i13}''' \cos \psi - e_{i23}'' \sin \psi) \cos 2\theta \cos \varphi - -(e_{i13}''' \sin \psi + e_{i23}''' \cos \psi) \cos \theta \sin \varphi + 0,5e_{i33}'' \sin 2\theta \cos \varphi,$$
(3.28)

$$\begin{aligned} e_{i22} &= (e_{i13}''' \cos \psi - e_{i23}'' \sin \psi) \sin 2\theta \sin^2 \varphi + \\ &+ (e_{i13}''' \sin \psi + e_{i23}'' \cos \psi) \sin \theta \sin 2\varphi + e_{i33}'' \sin^2 \theta \sin^2 \varphi, \\ e_{i23} &= (e_{i13}''' \cos \psi - e_{i23}'' \sin \psi) \cos 2\theta \sin \varphi + \\ &+ (e_{i13}''' \sin \psi + e_{i23}'' \cos \psi) \cos \theta \cos \varphi + 0, 5e_{i33}'' \sin 2\theta \sin \varphi, \\ e_{i33} &= - (e_{i13}''' \cos \psi - e_{i23}'' \sin \psi) \sin 2\theta + e_{i33}'' \cos^2 \theta. \end{aligned}$$
(3.29)

Й нарешті, помноживши ці тензори на тензор ПО коефіцієнтів, властивий досліджуваному кристалічному середовищу, можна отримати прирости всіх компонент тензора діелектричної непроникності (3.1), індуковані АХ, після чого можна розрахувати ЕПОК для певної визначеної геометрії АО взаємодії.

3.2. Вплив неортогональності акустичних хвиль на ефективність акустооптичної дифракції

В роботах [11], [12], [77] та [175–178] було розроблено аналітичний підхід до розгляду анізотропії КАОЯ в ізотропних та кристалічних середовищах, які належать до кубічної, тетрагональної, тригональної та гексагональної систем – тобто, для кристалів, які є оптично ізотропними або одновісними. Цей підхід грунтується на припущенні, що неортогональність АХ є достатньо малою й, отже, нею можна знехтувати. Слід зауважити, що поляризація АХ відіграє ключову роль, якщо визначати набір компонент ПО тензора, що беруть участь у такій АО взаємодії. А саме, у співвідношення для ЕПОК можуть увійти додаткові компоненти ПО тензора, якщо врахувати відхилення від чистого стану поляризації АХ. В цьому відношенні слід зауважити, що відхилення від станів чисто поздовжньої або чисто поперечної поляризації АХ іноді може 45°. досягати В випадку AX напівпоздовжньою такому стає або напівпоперечною, як, наприклад, в орторомбічних кристалах AgGaGeS₄ [61]. З іншого боку, врахування відхилень від чисто поперечних чи чисто поздовжніх станів поляризації АХ призводить, у більшості випадків, до ситуації, коли неможливо вивести аналітичні співвідношення для ЕПОК та КАОЯ - тоді задачу можна розв'язати лише наближено (чисельно) [8, 9, 179]. Однак, на відміну від аналітичних розв'язків, будь-який чисельний розв'язок зазвичай унеможливлює всебічний аналіз причин того чи іншого прояву досліджуваного явища.

Вищевказані обставини зумовлюють необхідність розробки аналітичного підходу для дослідження анізотропії КАОЯ в АО кристалах різних точкових

груп симетрії з урахуванням неортогональності АХ. При цьому валідність такого підходу буде продемонстровано на прикладі низькосиметричних (оптично двовісних) кристалів Tl_3AsS_4 , а також середньосиметричних (оптично одновісних) кристалів $Li_2B_4O_7$, α -TeO₂, TlInSe₂ та γ_1 -(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃.

Стосовно методики та техніки відповідних експериментальних досліджень слід зазначити, що швидкості АХ v_{ij} (*i* – напрямок поширення АХ, *j* – напрямок поляризації АХ; *X*(1) *Y*(2), *Z*(3) – осі кристалофізичної системи координат *XYZ*) визначалися ехо-імпульсним методом [180] як $v_{ij} = 2L_{iMII}/t_{iMII}$, де t_{iMII} – часовий інтервал між сусідніми ехо-імпульсами (Рисунок 3.3).



Рисунок 3.3. Принципова схема ехо-імпульсного методу: 1 – генератор/приймач; 2 – п'єзоелектричний перетворювач; 3 – досліджуваний зразок; 4 – прийом відбитої АХ; 5 – генерація імпульсного сигналу [181].

При цьому збудження AX здійснювалось п'єзоелектричними перетворювачами (2) з пластин LiNbO₃ різної кристалографічної орієнтації з резонансною частотою $\Phi_{\rm p} = (0,8-1) \times 10^7$ Гц, шириною смуги $\Delta \Phi = 10^5$ Гц та акустичною потужністю $P_a = 1-2$ Вт.

Коефіцієнти жорсткості C_{ij} розраховувалися за визначеними експериментально швидкостями АХ v_{ij} з використанням рівняння Крістоффеля

$$C_{ijkl}m_{j}m_{k}u_{l} = M_{il}u_{l} = \rho v^{2}u_{i}, \qquad (3.30)$$

$$M_{il} = C_{ijkl} m_j m_k \tag{3.31}$$

є компонентами тензора Крістоффеля **M**; C_{ijkl} – компоненти тензора жорсткості у тензорному записі; m_j та m_k – компоненти одиничного хвильового вектора AX **m**; u_i та u_l – компоненти одиничного вектора поляризації (зміщення) AX **u**; ρ – густина досліджуваного зразка. Натомість коефіцієнти пружної податливості S_{ij} визначалися з коефіцієнтів жорсткості C_{ij} з використанням співвідношення $C_{ij}S_{jk} = \delta_{ik}$, де δ_{ik} є символом Кронекера.

ПО коефіцієнти *p_{ij}* визначалися за допомогою методу Діксона–Коена [182], який полягає у порівнянні АО параметрів досліджуваного матеріалу з відповідними АО параметрами еталонного матеріалу (Рисунок 3.4).



Рисунок 3.4. Схема експериментальної установки для вимірювання ПО коефіцієнтів методом Діксона–Коена: 1 – лазер; 2, 4, 6 – поляризатори; 3 – чвертьхвильова пластина; 5 та 5' – відповідно еталонна АО комірка та досліджуваний зразок; 7 – діафрагма; 8 – фотоприймач; 9, 11 – джерела живлення; 10 – осцилограф; 12 – підсилювач високої частоти; 13 – генератор високої частоти; 14 – генератор імпульсів [183].

Досліджуваний зразок (5') наклеювався на АО комірку (5), виготовлену з еталонного матеріалу – плавленого кварцу. АХ у цій АО комірці збуджувалася п'єзоелектричним перетворювачем, виготовленим з кристалів LiNbO₃. Збуджена АХ хвиля з частотою $\Phi = 5 \times 10^7$ Гц модулювалася прямокутними імпульсами тривалістю 5×10^{-7} с та частотою повторення 3×10^{-4} с.

Слід відзначити, що в цій дисертації під коефіцієнтами жорсткості C_{ij} , коефіцієнтами пружної податливості S_{ij} та ПО коефіцієнтами p_{ij} розуміються відповідні коефіцієнти для електрично-розімкненого кристалу, тоді як коефіцієнти для електрично-закороченого кристалу позначаються індексом $_E$.

3.2.1. Кристали Tl₃AsS₄

Основні оптичні характеристики кристалів Tl₃AsS₄ наведені в параграфі 2.1.2. Таблиця 3.1 містить коефіцієнти жорсткості C_{ij} [56] та ПО коефіцієнти p_{ij} [59] для кристалів Tl₃AsS₄ при $\lambda = 632,8$ нм, необхідні для проведення подальших досліджень. Густина кристалів Tl₃AsS₄ дорівнює $\rho = (6200\pm40)$ кг/м³ [57].

Таблиця 3.1. ПО коефіцієнти p_{ij} та коефіцієнти жорсткості C_{ij} для кристалів Tl₃AsS₄ при $\lambda = 632,8$ нм.

ij	<i>p_{ij}</i> [59]	ij	<i>p_{ij}</i> [59]	ij	$C_{ij}, 10^{10} \Pi a [56]$	ij	$C_{ij}, 10^{10} \Pi a [56]$
11	$0,44\pm0,05$	44	$0,08\pm0,02$	11	3,19±0,08	23	1,82±0,20
22	$0,54{\pm}0,07$	55	$0,04{\pm}0,02$	22	$2,84{\pm}0,08$	44	0,25±0,01
33	0,43±0,05	66	0,00±0,03	33	3,48±0,19	55	0,86±0,01
12	0,32±0,05	21	$0,45\pm0,05$	12	$1,62\pm0,18$	66	0,89±0,02
13	0,31±0,06	31	0,28±0,05	13	1,50±0,25	-	-
23	0,36±0,06	32	$0,28\pm0,05$	—	_	_	_

Як вже зазначалося, у роботі [57] було експериментально встановлено, що в кристалах Tl_3AsS_4 у випадку АО дифракції Брегга при поширенні поздовжньої АХ зі швидкістю v = 2150 м/с вздовж кристалографічної осі *с* та

поширенні падаючої оптичної хвилі з довжиною $\lambda = 632,8$ нм, поляризованої в напрямку кристалографічної осі с, вздовж кристалографічної осі b, КАОЯ дорівнює 792,8×10⁻¹⁵ с³/кг. Натомість в роботі [60], де аналіз АО взаємодій в головних кристалографічних площинах кристалів Tl_3AsS_4 при $\lambda = 632.8$ нм здійснювався за умови поширення АХ та оптичних хвиль вздовж головних кристалографічних осей, для тієї ж самої геометрії АО взаємодії розраховане значення КАОЯ становить $1140 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ при v = 2829 м/с. В свою чергу, в роботі [56], де здійснювалися експериментальні дослідження та аналіз анізотропії швидкостей кристалів Tl_3AsS_4 AX лля 3 врахуванням неортогональності АХ, було показано, що ефективність АО взаємодій у кристалах Tl₃AsS₄ може бути помітно збільшена у випадку анізотропної AO взаємодії в головній кристалографічній площині bc з найповільнішою РТ АХ $(v_{23} = 630 \text{ м/c})$, для якої КАОЯ був оцінений як $3000 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ при $\lambda = 632.8$ нм. Вищевказані обставини зумовлюють доцільність отримання аналітичних співвідношень для ЕПОК з врахуванням неортогональності АХ.

Відомо, що власні вектори тензора Крістоффеля **M** (3.31) відповідають одиничним векторам зміщення **u** власних AX [16]. При поширенні AX вздовж головних кристалографічних осей у кристалах точкової групи симетрії mmm вони мають чисто поперечну та поздовжню поляризації, оскільки тензор Крістоффеля другого рангу містить лише діагональні компоненти.

В загальному випадку існує дев'ять типів АО взаємодій (Рисунок 3.5, Рисунок 3.6), шість з яких належать до ізотропної АО дифракції квазізвичайної (типи I, III, V) та квазінезвичайної (типи II, IV, VI) оптичних хвиль на QL AX, QT₁ AX, QT₂ AX відповідно. Решта три типи АО взаємодій (а саме, типи VII, VIII, IX) належать до анізотропної АО дифракції лінійно-поляризованої оптичної хвилі на QL AX, QT₁ AX, QT₂ AX відповідно [11, 184]. При цьому стосовно анізотропної АО дифракції зауважимо, що вона зазвичай передбачає, що лінійна поляризація дифрагованої оптичної хвилі перемикається на 90° відносно лінійної поляризації падаючої оптичної хвилі [1, 2]. Однак таке визначення є недостатньо коректним для оптично двовісних кристалів.



Рисунок 3.5. Схематичний вигляд поверхонь показників заломлення для кристалів Tl₃AsS₄: двосторонні стрілки – поляризації оптичних власних хвиль; ОА – оптична вісь; 2Θ = 29,76° [57, 184].



Рисунок 3.6. Схематичний вигляд поверхонь швидкостей АХ для кристалів Tl₃AsS₄: двосторонні стрілки – поляризації власних АХ [184].

Так, зокрема, для напрямків, близьких до оптичних осей оптично двовісних кристалів, можна очікувати, що при анізотропній АО дифракції

поляризації дифрагованої та падаючої оптичних хвиль вже не відрізнятимуться на 90°, а можуть бути однаковими [185]. У цьому випадку порівняння поляризацій дифрагованої та падаючої оптичних хвиль вже не буде критерієм анізотропії АО дифракції. У результаті термін "анізотропна АО дифракція" у випадку оптично двовісних кристалів визначатиметься як взаємодія падаючої та дифрагованої оптичних хвиль, що поширюються зі швидкостями, які належать різним поверхням показників заломлення – "квазізвичайній" та "квазінезвичайній" [186]. В свою чергу, у випадку оптично одновісних кристалів анізотропна АО дифракція передбачає АО взаємодію звичайної та незвичайної оптичних хвиль, які мають взаємно ортогональні поляризації.

Розглянемо деформації, спричинені QL AX, що поширюється в площині *ac* під кутом θ відносно осі *a* (Рисунок 3.7). Нехай при цьому одиничний вектор зміщення QL AX **u** ($|\mathbf{u}| = u = 1$) спрямований під кутом ζ відносно осі *a* [184].



Рисунок 3.7. Схематичне зображення хвильового вектора та вектора поляризації QL AX у кристалографічних площинах *ac* та *a'c'* для кристалів Tl₃AsS₄ [184, 187].

У системі координат *a'bc'*, пов'язаній з одиничним хвильовим вектором QL AX **m** ($|\mathbf{m}| = m = 1$), вектор **u** може бути розкладений на чисто поздовжні (\mathbf{u}_L) та чисто поперечні (\mathbf{u}_T) компоненти з відповідними довжинами

$$u_{L} = u\cos(\zeta - \theta)\cos(\Omega t - mx_{a'}),$$

$$u_{T} = u\sin(\zeta - \theta)\cos(\Omega t - mx_{a'}),$$
(3.32)

161

де Ω – циклічна частота АХ; $x_{a'}$ – координата по напрямку хвильового вектора АХ (тобто, по напрямку осі a'); t – час.

В такому випадку ненульові амплітудні значення компонент (3.24) тензора деформацій **e'** в системі координат *a'bc'* мають наступний вигляд:

$$e_{11}' = e_1' = \frac{\partial u_L}{\partial x_{a'}} = \cos(\zeta - \theta),$$

$$e_{13}' = e_{31}' = 0,5e_5' = 0,5\frac{\partial u_T}{\partial x_{a'}} = 0,5\sin(\zeta - \theta).$$
(3.33)

Використуючи матрицю повороту

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix},$$
(3.34)

запишемо цей тензор в системі координат *abc*:

$$\mathbf{e} = \mathbf{R}' \mathbf{e}' \mathbf{R} = \begin{bmatrix} e'_{11} \cos^2 \theta - e'_{13} \sin 2\theta & 0 & 0, 5e'_{11} \sin 2\theta + e'_{13} \cos 2\theta \\ 0 & 0 & 0 \\ 0, 5e'_{11} \sin 2\theta + e'_{13} \cos 2\theta & 0 & e'_{11} \sin^2 \theta + e'_{13} \sin 2\theta \end{bmatrix}.$$
 (3.35)

Отже, у випадку QL AX компоненти тензора деформацій е дорівнюють:

$$e_{1} = (\cos(\zeta - \theta)\cos\theta - \sin(\zeta - \theta)\sin\theta)\cos\theta = \cos\zeta\cos\theta,$$

$$e_{3} = (\cos(\zeta - \theta)\sin\theta + \sin(\zeta - \theta)\cos\theta)\sin\theta = \sin\zeta\sin\theta,$$

$$e_{5} = \cos(\zeta - \theta)\sin2\theta + \sin(\zeta - \theta)\cos2\theta = \sin(\zeta + \theta).$$

(3.36)

Аналогічні співвідношення для компонент тензора деформацій е можна отримати також й для кристалографічних площин *ab* та *bc* – єдина відмінність стосується набору ненульових компонент тензора деформацій (*e*₁, *e*₂ та *e*₆ для площини *ab*; *e*₂, *e*₃ та *e*₄ для площини *bc*). Тобто, якщо індекси 1, 2, 3 відповідають кристалографічним площинам *bc*, *ac*, *ab*; кути ζ_1 , ζ_2 , ζ_3 та θ_1 , θ_2 , θ_3 – кутам орієнтації вектора зміщення та хвильового вектора QL AX, які відраховуються від осей *b*, *a*, *a*, будуть мати місце наступні рівняння:

$$e_{2} = \cos(\zeta_{1} - \theta_{1})\cos^{2}\theta_{1} - 0,5\sin(\zeta_{1} - \theta_{1})\sin 2\theta_{1} = \cos\zeta_{1}\cos\theta_{1},$$

$$e_{3} = \cos(\zeta_{1} - \theta_{1})\sin^{2}\theta_{1} + 0,5\sin(\zeta_{1} - \theta_{1})\sin 2\theta_{1} = \sin\zeta_{1}\sin\theta_{1},$$

$$e_{4} = \cos(\zeta_{1} - \theta_{1})\sin 2\theta_{1} + \sin(\zeta_{1} - \theta_{1})\cos 2\theta_{1} = \sin(\zeta_{1} + \theta_{1}),$$

(3.37)

$$e_{1} = \cos(\zeta_{2} - \theta_{2})\cos^{2}\theta_{2} - 0,5\sin(\zeta_{2} - \theta_{2})\sin 2\theta_{2} = \cos\zeta_{2}\cos\theta_{2},$$

$$e_{3} = \cos(\zeta_{2} - \theta_{2})\sin^{2}\theta_{2} + 0,5\sin(\zeta_{2} - \theta_{2})\sin 2\theta_{2} = \sin\zeta_{2}\sin\theta_{2},$$

$$e_{5} = \cos(\zeta_{2} - \theta_{2})\sin 2\theta_{2} + \sin(\zeta_{2} - \theta_{2})\cos 2\theta_{2} = \sin(\zeta_{2} + \theta_{2}),$$

(3.38)

$$e_{1} = \cos(\zeta_{3} - \theta_{3})\cos^{2}\theta_{3} - 0,5\sin(\zeta_{3} - \theta_{3})\sin 2\theta_{3} = \cos\zeta_{3}\cos\theta_{3},$$

$$e_{2} = \cos(\zeta_{3} - \theta_{3})\sin^{2}\theta_{3} + 0,5\sin(\zeta_{3} - \theta_{3})\sin 2\theta_{3} = \sin\zeta_{3}\sin\theta_{3},$$

$$e_{6} = \cos(\zeta_{3} - \theta_{3})\sin 2\theta_{3} + \sin(\zeta_{3} - \theta_{3})\cos 2\theta_{3} = \sin(\zeta_{3} + \theta_{3}).$$

(3.39)

Очевидно, що в наближенні PL AX $\zeta_1 = \theta_1$, $\zeta_2 = \theta_2$, $\zeta_3 = \theta_3$.

Надалі проаналізуємо деформації, спричинені QT₁ AX, що поширюється в площині *ac* під кутом θ відносно осі *a* [184]. Оскільки поляризації власних AX є взаємно ортогональними, кут орієнтації одиничного вектора зміщення QT₁ AX **u** (|**u**| = *u* = 1) буде дорівнювати 90° + ζ . Отже, в цьому випадку в системі координат *a'bc'*, пов'язаній з одиничним хвильовим вектором QT₁ AX **m** (|**m**| = *m* = 1), вектор **u** може бути розкладений на чисто поздовжні (**u**_L) та чисто поперечні (**u**_T) компоненти з відповідними довжинами

$$u_{L} = u\cos(90^{\circ} + \zeta - \theta)\cos(\Omega t - mx_{a'}) =$$

= $-u\sin(\zeta - \theta)\cos(\Omega t - mx_{a'}),$
 $u_{T} = u\sin(90^{\circ} + \zeta - \theta)\cos(\Omega t - mx_{a'}) =$
= $u\cos(\zeta - \theta)\cos(\Omega t - mx_{a'}).$ (3.40)

Таким чином, ненульові амплітудні значення компонент (3.24) тензора деформацій в системі координат *а'bc'* записуються як

$$e_{11}' = e_1' = \frac{\partial u_L}{\partial x_{a'}} = -\sin(\zeta - \theta),$$

$$e_{13}' = e_{31}' = 0,5e_5' = 0,5\frac{\partial u_T}{\partial x_{a'}} = 0,5\cos(\zeta - \theta).$$
(3.41)

Використовуючи рівняння (3.35), отримуємо, що у випадку QT_1 AX компоненти тензора деформацій e_1 , e_3 та e_5 в системі координат *abc* дорівнюють:

$$e_{1} = (-\sin(\zeta - \theta)\cos\theta - \cos(\zeta - \theta)\sin\theta)\cos\theta = -\sin\zeta\cos\theta,$$

$$e_{3} = (-\sin(\zeta - \theta)\sin\theta + \cos(\zeta - \theta)\cos\theta)\sin\theta = \cos\zeta\sin\theta,$$

$$e_{5} = -\sin(\zeta - \theta)\sin2\theta + \cos(\zeta - \theta)\cos2\theta = \cos(\zeta + \theta).$$

(3.42)

З огляду на подібність структури та враховуючи те, що кутами орієнтації вектора зміщення QT₁ AX будуть кути $90^{\circ} + \zeta_1$, $90^{\circ} + \zeta_2$, $90^{\circ} + \zeta_3$, які відраховуються, відповідно, від осей *b*, *a*, *a*, в цілому для кристалографічних площин *bc*, *ac*, *ab* можна записати наступні рівняння:

$$e_{2} = -\sin(\zeta_{1} - \theta_{1})\cos^{2}\theta_{1} - 0,5\cos(\zeta_{1} - \theta_{1})\sin 2\theta_{1} = -\sin\zeta_{1}\cos\theta_{1},$$

$$e_{3} = -\sin(\zeta_{1} - \theta_{1})\sin^{2}\theta_{1} + 0,5\cos(\zeta_{1} - \theta_{1})\sin 2\theta_{1} = \cos\zeta_{1}\sin\theta_{1},$$

$$e_{4} = -\sin(\zeta_{1} - \theta_{1})\sin 2\theta_{1} + \cos(\zeta_{1} - \theta_{1})\cos 2\theta_{1} = \cos(\zeta_{1} + \theta_{1}).$$

(3.43)

$$e_{1} = -\sin(\zeta_{2} - \theta_{2})\cos^{2}\theta_{2} - 0,5\cos(\zeta_{2} - \theta_{2})\sin 2\theta_{2} = -\sin\zeta_{2}\cos\theta_{2},$$

$$e_{3} = -\sin(\zeta_{2} - \theta_{2})\sin^{2}\theta_{2} + 0,5\cos(\zeta_{2} - \theta_{2})\sin 2\theta_{2} = \cos\zeta_{2}\sin\theta_{2},$$

$$e_{5} = -\sin(\zeta_{2} - \theta_{2})\sin 2\theta_{2} + \cos(\zeta_{2} - \theta_{2})\cos 2\theta_{2} = \cos(\zeta_{2} + \theta_{2}).$$

(3.44)

$$e_{1} = -\sin(\zeta_{3} - \theta_{3})\cos^{2}\theta_{3} - 0,5\cos(\zeta_{3} - \theta_{3})\sin 2\theta_{3} = -\sin\zeta_{3}\cos\theta_{3},$$

$$e_{2} = -\sin(\zeta_{3} - \theta_{3})\sin^{2}\theta_{3} + 0,5\cos(\zeta_{3} - \theta_{3})\sin 2\theta_{3} = \cos\zeta_{3}\sin\theta_{3},$$

$$e_{6} = -\sin(\zeta_{3} - \theta_{3})\sin 2\theta_{3} + \cos(\zeta_{3} - \theta_{3})\cos 2\theta_{3} = \cos(\zeta_{3} + \theta_{3}).$$

(3.45)

При цьому в наближенні РТ₁ АХ $\zeta_1 = \theta_1, \zeta_2 = \theta_2, \zeta_3 = \theta_3.$

Й, нарешті, QT₂ AX, що поширюється в площині *ac*, є PT₂ AX – тобто, поляризована вздовж осі *b* [184]. Таким чином, в цьому випадку в системі координат *a'bc'*, поєднаній з одиничним хвильовим вектором PT₂ AX **m** ($|\mathbf{m}| = m = 1$), існує лише чисто поперечна (\mathbf{u}_{T}) компонента одиничного вектора зміщення PT₂ AX **u** ($|\mathbf{u}| = u = 1$) з довжиною

$$u_T = u \cos(\Omega t - mx_{a'}).$$
 (3.46)

З огляду на це ненульове амплітудне значення буде мати лише одна компонента (3.24) тензора деформацій **e'** в системі координат *a'bc'*:

$$e'_{12} = e'_{21} = 0,5e'_6 = 0,5\frac{\partial u_T}{\partial x_{a'}} = 0,5.$$
 (3.47)

Записуючи цей тензор в системі координат *abc* за допомогою матриці повороту (3.34), отримуємо, що

$$\mathbf{e} = \mathbf{R}' \mathbf{e}' \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & e_{12}' \cos \theta & 0 \\ e_{12}' \cos \theta & 0 & e_{12}' \sin \theta \\ 0 & e_{12}' \sin \theta & 0 \end{bmatrix}.$$
 (3.48)

Таким чином, у випадку PT_2 АХ компоненти тензора деформацій e_4 та e_6 в системі координат *abc* дорівнюють:

$$e_6 = \cos\theta, \quad e_4 = \sin\theta. \tag{3.49}$$

При цьому в цілому для кристалографічних площин *bc*, *ac*, *ab* можна записати наступні рівняння:

$$e_{6} = \cos \theta_{1}, \quad e_{5} = \sin \theta_{1},$$

$$e_{6} = \cos \theta_{2}, \quad e_{4} = \sin \theta_{2},$$

$$e_{5} = \cos \theta_{3}, \quad e_{4} = \sin \theta_{3}.$$

(3.50)

Як можна бачити з рівнянь для компонент тензора деформацій е, наведених вище, єдиним невідомим параметром в них є кут орієнтації вектора зміщення ζ певної визначеної власної АХ, що поширюється в певній визначеній кристалографічній площині АО взаємодії. Для його знаходження для певної визначеної кристалографічної площини АО взаємодії з рівняння

$$\det(\mathbf{M} - \lambda \mathbf{I}) = 0, \tag{3.51}$$

де I є одиничним тензором, визначаються власні значення λ_1 , λ_2 , λ_3 тензора Крістоффеля M (3.31) [184]. Кожному з цих власних значень буде відповідати одиничний вектор зміщення **u** певної визначеної власної AX, компоненти якого можуть бути знайдені з системи рівнянь

$$(\mathbf{M} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{u} = 0. \tag{3.52}$$

В свою чергу, за цими компонентами можуть бути знайдені співвідношення для кута $\zeta = \zeta(\theta)$. При цьому слід відзначити, що власні значення тензора Крістоффеля можна знайти аналітично лише у випадку поширення AX у головних кристалографічних площинах. Натомість для довільних напрямків поширення АХ розв'язки можуть бути отримані чисельно або, іншими словами, розв'язки в аналітичній формі можуть бути отримані з використанням деяких додаткових наближень.

Надалі можна отримати співвідношення для ЕПОК для різних типів АО взаємодій, використовуючи обчислені вище компоненти тензора деформацій е, викликаних АХ, за допомогою процедур, детально описаних у роботах [11], [12], [77] та [175–178]. Так, спочатку для певної власної АХ, що поширюється в певній кристалографічній площині АО взаємодії, отримуються внески ΔB_{ij} (3.1). Надалі записуються співвідношення для компонент вектора напруженості електричного поля дифрагованої оптичної хвилі **E**

$$E_l = \varepsilon_0^{-1} \Delta B_{lj} D \cos \varphi_j \cos((\omega + \Omega)t - (\mathbf{k_i} + \mathbf{K})\mathbf{r}), \qquad (3.53)$$

де $\cos \varphi_j$ (j = 1, 2, 3) – напрямні косинуси вектора електричної індукції падаючої оптичної хвилі **D** ($|\mathbf{D}| = D = 1$); **k**_i, **K** – хвильові вектори відповідно падаючої оптичної хвилі та АХ; ω – циклічна частота падаючої оптичної хвилі. Й, нарешті, співвідношення для p_{eff} знаходиться з виразу для інтенсивності дифрагованої оптичної хвилі *I* з врахуванням того, що D = 1:

$$I \sim \sum_{l=1}^{3} E_l^2.$$
(3.54)

Так, для кристалів Tl₃AsS₄ у випадку типу I AO взаємодії, яка відбувається в кристалографічній площині *ас* [184], при нехтуванні відхиленням поляризації AX від чисто поздовжнього стану вираз для ЕПОК можна записати як

$$p_{eff}^{(I)}(\theta) = (p_{11}\cos^2\theta + p_{13}\sin^2\theta)\cos^2(\theta + \theta_B) + (p_{31}\cos^2\theta + p_{33}\sin^2\theta)\sin^2(\theta + \theta_B) - 0,5p_{55}\sin^2(\theta + \theta_B)\sin^2\theta,$$
(3.55)

а при врахуванні – наступним чином:

$$p_{eff}^{(I)}(\theta,\zeta) = (p_{11}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)) + p_{13}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\cos^2(\theta+\theta_B) + (p_{31}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta))) + (3.56) + p_{33}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\sin^2(\theta+\theta_B) - p_{55}(0,5\sin 2\theta\cos(\theta-\zeta) + \cos 2\theta\sin(\theta-\zeta))\sin 2(\theta+\theta_B).$$

В свою чергу, відповідні співвідношення для ЕПОК для площини *bc* записуються як

$$p_{eff}^{(I)}(\theta) = p_{12}\cos^2\theta + p_{13}\sin^2\theta,$$
 (3.57)

$$p_{eff}^{(I)}(\theta,\zeta) = p_{12}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)) + p_{13}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)),$$
(3.58)

де θ – кут між вектором АХ та віссю *b*.

Як уже зазначалося, площина ab є площиною оптичних осей. Якщо кут падаючої оптичної хвилі, що відраховується відносно осі a, є меншим значення $90^{\circ} - \Theta = 75^{\circ}$ (Рисунок 3.5), можна записати наступні співвідношення:

$$p_{eff}^{(I)}(\theta) = p_{31}\cos^2\theta + p_{32}\sin^2\theta, \qquad (3.59)$$

$$p_{eff}^{(I)}(\theta,\zeta) = p_{31}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)) + p_{32}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)).$$
(3.60)

Оскільки поляризація падаючої оптичної хвилі перемикається після перетину оптичним променем напрямку оптичної осі, співвідношення (3.59) та

(3.60) у випадку, коли кут падаючої оптичної хвилі є більшим 75°, переписуються, відповідно, у вигляді

$$p_{eff}^{(I)}(\theta) = (p_{11}\cos^2\theta + p_{12}\sin^2\theta)\cos^2(\theta + \theta_B) + (p_{21}\cos^2\theta + p_{22}\sin^2\theta)\sin^2(\theta + \theta_B) - 0,5p_{66}\sin^2(\theta + \theta_B)\sin^2\theta,$$
(3.61)

$$p_{eff}^{(1)}(\theta,\zeta) = (p_{11}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)) + p_{12}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\cos^2(\theta+\theta_B) + (p_{21}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\cos^2(\theta+\theta_B) + (p_{22}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta))) + (3.62) + p_{22}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\sin^2(\theta+\theta_B) - (0.5\sin 2\theta\cos(\theta-\zeta) + \cos 2\theta\sin(\theta-\zeta))p_{66}\sin 2(\theta+\theta_B).$$

Для типу II АО взаємодії [184] вираз для ЕПОК в площині *ас* при нехтуванні відхиленням поляризації АХ від чисто поздовжнього стану записується як

$$p_{eff}^{(\text{II})}(\theta) = p_{21}\cos^2\theta + p_{23}\sin^2\theta,$$
 (3.63)

а при врахуванні такого відхилення – як

$$p_{eff}^{(\mathrm{II})}(\theta,\zeta) = p_{21}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)) + p_{23}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)).$$
(3.64)

В свою чергу, відповідні співвідношення для ЕПОК у випадку площини АО взаємодії *bc* є наступними:

$$p_{eff}^{(II)}(\theta) = (p_{22}\cos^2\theta + p_{23}\sin^2\theta)\cos^2(\theta + \theta_B) + (p_{32}\cos^2\theta + p_{33}\sin^2\theta)\sin^2(\theta + \theta_B) - 0,5p_{44}\sin 2(\theta + \theta_B)\sin 2\theta,$$
(3.65)

$$p_{eff}^{(II)}(\theta,\zeta) = (p_{22}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)) + + p_{23}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\cos^2(\theta+\theta_B) + + (p_{32}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta))) + + p_{33}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\sin^2(\theta+\theta_B) - - p_{44}(0,5\sin 2\theta\cos(\theta-\zeta) + \cos 2\theta\sin(\theta-\zeta))\sin 2(\theta+\theta_B).$$
(3.66)

Нехай оптична хвиля падає під кутом, який є меншим 75°, в площині АО взаємодії *ab*. Тоді ЕПОК, розраховані для альтернативних випадків, коли враховується або не враховується відхилення поляризації АХ від чисто поздовжнього стану, визначаються, відповідно, за формулами

$$p_{eff}^{(II)}(\theta) = (p_{11}\cos^2\theta + p_{12}\sin^2\theta)\cos^2(\theta + \theta_B) + (p_{21}\cos^2\theta + p_{22}\sin^2\theta)\sin^2(\theta + \theta_B) - 0,5p_{66}\sin 2(\theta + \theta_B)\sin 2\theta,$$
(3.67)

$$p_{eff}^{(II)}(\theta,\zeta) = (p_{11}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)) + p_{12}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\cos^2(\theta+\theta_B) + (p_{21}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta))) + (3.68) + p_{22}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\sin^2(\theta+\theta_B) - (-p_{66}(0,5\sin 2\theta\cos(\theta-\zeta) + \cos 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\sin^2(\theta+\theta_B).$$

В свою чергу, коли кут падаючої оптичної хвилі є більшим 75°, співвідношення для ЕПОК є наступними:

$$p_{eff}^{(\rm II)}(\theta) = p_{31}\cos^2\theta + p_{32}\sin^2\theta, \qquad (3.69)$$

$$p_{eff}^{(II)}(\theta,\zeta) = p_{31}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)) + p_{32}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)).$$
(3.70)

На відміну від QL AX, поширення QT AX є своєрідним, оскільки існує акустична вісь, паралельна напрямку *a* [188]. Коли QT AX поширюються в цьому напрямку, швидкості для QT₁ AX та QT₂ AX є рівними між собою в межах похибок експерименту ($v_{12} = (1196 \pm 13)$ м/с та $v_{13} = (1176 \pm 9)$ м/с [56]). Ця особливість поширення QT AX є аналогом відомого кристалооптичного явища – так, зокрема, QT AX поширюються вздовж акустичної осі з довільними орієнтаціями вектора поляризації (Рисунок 3.6).

Типи III та IV АО взаємодії не можуть бути реалізовані для кристалів точкової групи симетрії mmm у кристалографічній площині *ac*, оскільки відповідні ПО коефіцієнти дорівнюють нулю [184]. Однак ці типи АО взаємодії можуть відбуватися у площині *bc*. При цьому ЕПОК для типу III АО взаємодії задається співвідношенням

$$p_{eff}^{(\text{III})}(\theta) = (p_{12} - p_{13})\sin 2\theta,$$
 (3.71)

якщо не враховувати відхилення поляризації АХ від чисто поперечного стану, та

$$p_{eff}^{(\text{III})}(\theta,\zeta) = p_{12}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta) - \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)) + p_{13}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)),$$
(3.72)

якщо враховувати таке відхилення. Для типу IV АО взаємодії у площині *bc* вирази для ЕПОК при нехтуванні і врахуванні відхилення поляризації АХ від чисто поперечного стану записуються, відповідно, у вигляді

$$p_{eff}^{(IV)}(\theta) = (p_{22} - p_{23})\cos^2(\theta + \theta_B)\sin 2\theta + (p_{32} - p_{33}) \times \\ \times \sin^2(\theta + \theta_B)\sin 2\theta + p_{44}\sin 2(\theta + \theta_B)\cos 2\theta,$$

$$(3.73)$$

$$p_{eff}^{(IV)}(\theta,\zeta) = (p_{22}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta) - \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)) + + p_{23}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta) + \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)))\cos^2(\theta+\theta_B) + + (p_{32}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta) - \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta))) + + p_{33}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta) + \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)))\sin^2(\theta+\theta_B) - - p_{44}(0,5\sin 2\theta\cos(\zeta-\theta) + \cos 2\theta\sin(\zeta-\theta))\sin 2(\theta+\theta_B).$$
(3.74)

В площині *ab* типи III та IV АО взаємодії неможливі, оскільки відповідні ПО коефіцієнти дорівнюють нулю.

Розглядаючи тип V AO взаємодії в площині ab, можна отримати наступні формули для ЕПОК у випадку кутів падіння оптичної хвилі відносно осі a, які є меншими 75°, при нехтуванні і врахуванні відхилення поляризації AX від чисто поперечного стану, відповідно [184]:

$$p_{eff}^{(V)}(\theta) = (p_{31} - p_{32})\sin 2\theta, \qquad (3.75)$$

$$p_{eff}^{(V)}(\theta,\zeta) = p_{31}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta) - \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)) + p_{32}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta) + \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)).$$
(3.76)

Натомість у випадку кутів падіння оптичної хвилі, які є більшими 75°:

$$p_{eff}^{(V)}(\theta) = (p_{11} - p_{12})\cos^2(\theta + \theta_B)\sin 2\theta + (p_{21} - p_{22}) \times \\ \times \sin^2(\theta + \theta_B)\sin 2\theta + p_{66}\sin 2(\theta + \theta_B)\cos 2\theta,$$
(3.77)

$$p_{eff}^{(V)}(\theta,\zeta) = (p_{11}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta) - \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)) + + p_{12}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta) + \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)))\cos^2(\theta+\theta_B) + + (p_{21}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta) - \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta))) + + p_{22}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta) + \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)))\sin^2(\theta+\theta_B) - - p_{66}(0,5\sin 2\theta\cos(\zeta-\theta) + \cos 2\theta\sin(\zeta-\theta))\sin 2(\theta+\theta_B).$$
(3.78)

Для типу VI АО взаємодії в площині *ab* відповідні ЕПОК для кутів падіння оптичної хвилі відносно осі *a*, які є меншими 75°, при нехтуванні та врахуванні відхилення поляризації АХ від чисто поперечного стану визначаються співвідношеннями (3.77) та (3.78) відповідно, більшими 75° – співвідношеннями (3.75) та (3.76) відповідно.

Типи V та VI АО взаємодій не можуть бути реалізовані в площині *cb*. Натомість для площини *ac* відповідні ЕПОК при нехтуванні та врахуванні відхилення поляризації АХ від чисто поперечного стану є наступними:

$$p_{eff}^{(V)}(\theta) = (p_{11} - p_{13})\cos^2(\theta + \theta_B)\sin 2\theta + (p_{31} - p_{33}) \times \\ \times \sin^2(\theta + \theta_B)\sin 2\theta + p_{55}\sin 2(\theta + \theta_B)\cos 2\theta,$$
(3.79)

$$p_{eff}^{(V)}(\theta,\zeta) = (p_{11}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta) - \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)) + + p_{12}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta) + \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)))\cos^2(\theta+\theta_B) + + (p_{21}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta) - \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)) + + p_{22}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta) + \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)))\sin^2(\theta+\theta_B) - - p_{66}(0,5\sin 2\theta\cos(\zeta-\theta) + \cos 2\theta\sin(\zeta-\theta))\sin 2(\theta+\theta_B),$$
(3.80)

$$p_{eff}^{(VI)}(\theta) = (p_{21} - p_{23})\sin 2\theta,$$
 (3.81)

$$p_{eff}^{(\text{VI})}(\theta,\zeta) = p_{21}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta) - \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)) + p_{23}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta) + \sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)).$$
(3.82)

Як можна бачити, для всіх шести типів ізотропної АО взаємодії, розглянутих вище, співвідношення для ЕПОК, отримані з урахуванням відхилень поляризацій АХ від чисто поздовжніх або чисто поперечних станів, у наближенні PL AX або PT AX зводяться до співвідношень для ЕПОК, отриманих без урахування таких відхилень, що свідчить про самоузгодженість цих співвідношень. З іншого боку, розгляд трьох типів анізотропної АО взаємодії в аспекті нехтування та врахування відхилення поляризації АХ від чисто поперечного стану є недоцільним, оскільки в головних кристалографічних площинах кристалів Tl₃AsS₄ анізотропна АО взаємодія може бути реалізована лише з РТ AX.

Надалі проаналізуємо анізотропію КАОЯ для кристалів Tl₃AsS₄, розраховану за формулою (3.3) з використанням ЕПОК, визначених за співвідношеннями, наведеними вище [184]. При цьому припускаємо, що кут Брегга $\theta_B = 0,1^{\circ}$.

У випадку типу I АО взаємодії (Рисунок 3.8, Рисунок 3.9) врахування відхилення поляризації АХ від чисто поздовжнього стану не впливає на анізотропію КАОЯ. Максимальне значення КАОЯ ($2186 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$) досягається в площині *ab*, коли падаюча та дифрагована оптичні хвилі поляризовані майже паралельно осі *b*, а АХ поширюється вздовж осі *b*. При цьому різкі зміни КАОЯ в площині *ab* при кутах $\theta = 90^\circ - \Theta = 75^\circ$, $90^\circ + \Theta = 105^\circ$, $270^\circ - \Theta = 255^\circ$, $270^\circ + \Theta = 285^\circ$ відповідають ситуаціям, коли падаюча та дифрагована оптичні хвилі поширюються в околі оптичної осі, де поляризація квазізвичайної оптичної хвилі перемикається на 90°.

У випадку типу II АО взаємодії (Рисунок 3.10, Рисунок 3.11) врахування відхилення поляризації АХ від чисто поздовжнього стану також не викликає змін у КАОЯ. Максимальне значення КАОЯ ($2186 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$) спостерігається в площині взаємодії *bc*, коли падаюча та дифрагована оптичні хвилі поляризовані майже паралельно осі *b*, а АХ поширюється вздовж осі *b*. Значення КАОЯ також є дуже високим ($1936 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$) в площині *ab*, коли АХ поширюється під кутами $\theta = 75^\circ$, 105° , 255° , 285° відносно осі *a*, а падаюча та дифрагована оптичні хвилі поширюються в околі оптичної осі. При цьому перемикання поляризації квазінезвичайної оптичної хвилі на 90°, коли її хвильовий вектор перетинає оптичні осі, призводить до різких змін значення КАОЯ.



Рисунок З.8. Залежності КАОЯ від кута θ для типу І АО взаємодії в площинах *ac* (а) та *bc* (б) кристалів Tl₃AsS₄ [184].



Рисунок 3.9. Залежності КАОЯ від кута *θ* для типу І АО взаємодії в площині *ab* кристалів Tl₃AsS₄ [184].



Рисунок 3.10. Залежності КАОЯ від кута θ для типу II АО взаємодії в площинах *ac* (а) та *bc* (б) кристалів Tl₃AsS₄ [184].



Рисунок 3.11. Залежності КАОЯ від кута *θ* для типу II АО взаємодії в площині *ab* кристалів Tl₃AsS₄ [184].

В свою чергу, врахування відхилення поляризації АХ від чисто поперечного стану для типу III АО взаємодії в площині *bc* збільшує величину КАОЯ на два порядки (Рисунок 3.12). Іншими словами, в цьому випадку спрощений підхід, який нехтує відхиленням поляризації АХ від чисто поперечного стану, не може бути використаний навіть як грубе наближення. Як випливає з рівняння (3.71), ЕПОК за такого підходу визначається різницею ПО коефіцієнтів p_{12} та p_{13} , які є майже однаковими. Якщо ж врахувати відхилення поляризації АХ від чисто поперечного стану, то велична КАОЯ зростає з огляду на те, що у рівнянні (3.72) наявний знак "+" замість знака "–" у рівнянні (3.71). Максимальне значення КАОЯ (277×10⁻¹⁵ с³/кг) в такому випадку досягається для кутів $\theta = 66^{\circ}$, 114°, 246°, 294° відносно осі *b*.



Рисунок 3.12. Залежності КАОЯ від кута θ для типу III АО взаємодії в площині *bc* кристалів Tl₃AsS₄ [184].

З іншого боку, врахування відхилення поляризації АХ від чисто поперечного стану для типу IV АО взаємодії в площині *bc* призводить до суттєвого зниження величини КАОЯ – з 2083×10⁻¹⁵ с³/кг до 823×10⁻¹⁵ с³/кг при

 θ = 73°, 107°, 253°, 287° та з 2333×10⁻¹⁵ с³/кг до 1595×10⁻¹⁵ с³/кг (максимальне значення) при θ = 19°, 161°, 199°, 341° (Рисунок 3.13).



Рисунок 3.13. Залежності КАОЯ від кута θ для типу IV АО взаємодії в площині *bc* кристалів Tl₃AsS₄ [184].

Для типу V AO взаємодії в площині *ac* врахування відхилення поляризації AX від чисто поперечного стану призводить до збільшення величини КAOЯ з $332 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$ до $432 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$ (максимальне значення) (Рисунок 3.14). Більше того, орієнтації максимальних значень КAOЯ на поверхнях $M_2(\theta)$ зміщуються на $\Delta \theta = 2^\circ$ та становлять $\theta = 47^\circ$, 133°, 227°, 313°. Те ж саме стосується площини *ab*, де врахування відхилення поляризації AX від чисто поперечного стану призводить, зокрема, до збільшення величини КAOЯ з $68 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$ до $231 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$, яке досягається, коли падаюча та дифрагована оптичні хвилі поширюються в околі оптичної осі, а кут $\theta = 75^\circ$, 105° , 255° , 285° .



Рисунок 3.14. Залежності КАОЯ від кута θ для типу V АО взаємодії в площинах *ac* (а) та *ab* (б) кристалів Tl₃AsS₄ [184].

Для типу VI AO взаємодії у площині *ac* врахування відхилення поляризації AX від чисто поперечного стану може призводити як до збільшення, так й до зменшення КАОЯ в залежності від величини кута θ (Рисунок 3.15). При цьому максимальне значення КАОЯ ($364 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$) спостерігається при $\theta = 22^\circ$, 158°, 202°, 338°. Для площини *ab* врахування врахування відхилення поляризації AX від чисто поперечного стану призводить, зокрема, до збільшення величини КАОЯ з 93×10⁻¹⁵ c³/кг до 319×10⁻¹⁵ c³/кг для $\theta = 67^\circ$, 113°, 247°, 293°.



Рисунок 3.15. Залежності КАОЯ від кута θ для типу VI АО взаємодії в площинах *ac* (а) та *ab* (б) кристалів Tl₃AsS₄ [184].

Отже, максимальні значення КАОЯ досягаються для типів I та II АО взаємодії в головних кристалографічних площинах *ab* та *bc* відповідно (Таблиця 3.2).

Таблиця 3.2. Максимальні значення КАОЯ, розраховані для різних типів ізотропних АО взаємодій в кристалах Tl₃AsS₄ при врахуванні неортогональності поляризацій власних АХ [184].

Тип АО взаємодії	<i>θ</i> , °	Площина АО взаємодії	$M_2, 10^{-15} \text{ c}^3/$ кг
Ι	90, 270	ab	2186
II	0, 180	bc	2186
III	66, 114, 246, 294	bc	277
IV	19, 161, 199, 341	bc	1595
V	47, 133, 227, 313	ас	432
VI	22, 158, 202, 338	ас	364

Ці максимуми добре узгоджуються з даними, отриманими в роботі [60]. З наведених вище результатів випливає, що врахування відхилення поляризації АХ від чисто поздовжнього стану не впливає на анізотропію КАОЯ для типів I та II АО взаємодії. З іншого боку, для типів III–IV АО взаємодії врахування відхилення поляризації АХ від чисто поперечного стану помітно змінює кутові залежності КАОЯ. Крім того, в деяких випадках це може різко змінити саме максимальне значення КАОЯ (Рисунок 3.12).

З огляду на вищевикладене, ступінь відхилення поляризації АХ від чистого (поздовжнього або поперечного) стану доцільно охарактеризувати кутом неортогональності АХ *η*, який в загальному випадку визначається як

$$\eta(\theta) = \begin{cases} \zeta(\theta) - \theta \text{ для QL AX,} \\ \zeta(\theta) - \theta - 90^{\circ} \text{ для QT AX,} \end{cases}$$
(3.83)

де $\zeta = \zeta(\theta)$ – кут орієнтації вектора зміщення АХ.

Аналізуючи залежності $\eta = \eta(\theta)$ для кристалів Tl₃AsS₄ (Рисунок 3.16), можна побачити, що для площини *ac* цей кут дуже малий та не перевищує ~ 2°. Для площини *ab* кут η також невеликий (~ 4°). Найбільший кут η , який досягає значення 7,4°, спостерігається для площини *bc*. Звідси можна зробити висновок, що для кристалів Tl₃AsS₄ кут неортогональності AX є відносно малим [184].

Наступна особливість кристалів Tl₃AsS₄ полягає в тому, що головні ПО коефіцієнти (тобто, ПО коефіцієнти p_{ij} з i, j = 1, 2, 3) близькі за своїми значеннями: $p_{31} = p_{32}, p_{11} \approx p_{33} \approx p_{21}, p_{12} \approx p_{13}$. У той самий час ПО коефіцієнти p_{44}, p_{55} та p_{66} є на порядок меншими за головні ПО коефіцієнти. Ці особливості призводять, наприклад, до того, що рівняння (3.57) та (3.58) можна звести до однакового вигляду – а саме, до вигляду $p_{ef}^{(I)} \approx p_{12}$. Те ж саме стосується також й інших співвідношень для ЕПОК у випадку типів I та II АО взаємодії.


Рисунок 3.16. Залежності $\eta = \eta(\theta)$ у площинах *ac* (а), *bc* (б) та *ab* (в) для кристалів Tl₃AsS₄ [184].

Однак ситуація стає іншою для типів III–IV АО взаємодії – наприклад, для АО взаємодії з QT₁ AX з у площині *bc*, що описується рівняннями (3.71) та (3.72). В цьому випадку ЕПОК, визначений рівнянням (3.71), дорівнює нулю за умови $p_{12} \approx p_{13}$, тоді як рівняння (3.72) можна звести до співвідношення $p_{eff}^{(III)} = p_{12} \cos(\zeta - \theta)$ навіть при малих кутах η .

Таким чином, поведінка КАОЯ для QT AX та QL AX (принаймні, для орторомбічних кристалів Tl₃AsS₄) відрізняється, якщо враховувати

неортогональність поляризацій власних АХ або нехтувати такою неортогональністю. Ця різниця є наслідком специфічних властивостей кристалів Tl₃AsS₄ – зокрема, малих кутів неортогональності АХ та близьких або навіть однакових значень головних ПО коефіцієнтів.

3.2.2. Кристали Li₂B₄O₇ та α-TeO₂

Значна кількість кристалів тетрагональної сингонії належить до середовищ, придатних для використання у галузі акустооптики. Такими кристалами є, зокрема, тетраборат літію $Li_2B_4O_7$, який належить до точкової групи симетрії 4mm [73], та парателурит α -TeO₂, який належить до точкової групи симетрії 422 [46].

Так, кристали Li₂B₄O₇, попри відносно низькі значення КАОЯ у видимому спектральному діапазоні ((0,23–0,28)×10⁻¹⁵ c³/кг при $\lambda = 632.8$ нм [189]), мають високу стійкість до оптичного випромінювання великої потужності, з порогом пошкодження ~ 10^{14} Вт/м² [69], а також є прозорими в ультрафіолетовому спектральному діапазоні до 170 нм [67]. Отже, з огляду на те, що $M_2 \sim n^6$ (3.3) та $\eta \sim \lambda^{-2}$ (3.4), кристали Li₂B₄O₇ є перспективним AO матеріалом керування потужним короткохвильовим ЛЛЯ оптичним випромінюванням [190]. В свою чергу, експериментальні дослідження АО властивостей кристалів α-TeO₂ показали, що у випадку ізотропної АО дифракції Брегга максимальне значення КАОЯ, 34,5×10⁻¹⁵ с³/кг, досягається при взаємодії падаючої звичайної оптичної хвилі ($\lambda = 632,8$ нм), яка поширюється в напрямку [010] та поляризована в напрямку [100], з найшвидшою поздовжньою АХ (v = 4260 м/с), яка поширюється в напрямку [001] [191]. Натомість для анізотропної АО дифракції Брегга в кристалах α-ТеО₂ на найповільнішій поперечній АХ (v = 617 м/с) з частотою $\Phi = 22 \times 10^6$ Гц, яка поширюється в напрямку [110] та поляризована в напрямку [$\overline{110}$], КАОЯ при $\lambda = 632,8$ нм $1200 \times 10^{-15} c^3/кг$ у випадку падаючих дорівнює майже циркулярнополяризованих ($\chi = 0,7$) оптичних хвиль та (600–800)×10⁻¹⁵ с³/кг у випадку падаючих лінійно-поляризованих оптичних хвиль при їхньому поширенні в околі оптичної осі (близько 1) кристалів α-TeO₂ [13, 191].

В роботах [192] та [193] було отримано аналітичні співвідношення для ЕПОК при різних типах АО взаємодії в кристалах $Li_2B_4O_7$ та α -TeO₂, які, втім, не враховують неортогональності поляризацій власних АХ.

Кристали Li₂B₄O₇ та α -TeO₂ є оптично одновісними при кімнатній температурі; причому на довжині оптичної хвилі $\lambda = 632,8$ нм кристали Li₂B₄O₇ є оптично-негативними ($n_o = 1,6088$; $n_e = 1,5520$ [194]), а кристали α -TeO₂ – оптично-позитивними ($n_o = 2,2597$; $n_e = 2,4119$ [195]). Густина ρ кристалів Li₂B₄O₇ та α -TeO₂ становить відповідно 2440 та 5990 кг/м³ [189, 191]. Таблиця 3.3 містить інші параметри кристалів Li₂B₄O₇ та α -TeO₂, необхідні для проведення подальших досліджень.

Таблиця З.З. ПО коефіцієнти p_{ij} та коефіцієнти жорсткості C_{ij} для кристалів Li₂B₄O₇ та α -TeO₂ при λ = 632,8 нм [196].

ij	p_{ij}	$C_{ij}, 10^{10} \Pi a$				
	Li ₂ B ₄ O ₇ [197]	α-TeO ₂ [191]	Li ₂ B ₄ O ₇ [194]	α-TeO ₂		
11	0,083±0,003	0,0074	13,527±0,012	5,32		
12	0,227±0,017	0,187	0,109±0,006	4,86		
13	0,227±0,005	0,34	3,186±0,010	2,12		
33	0,163±0,006	0,24	5,480±0,010	10,85		
44	-0,0075±0,0061	-0,17	5,739±0,008	2,44		
66	-0,0066	-0,0463	4,738±0,006	5,52		
31	0,209±0,011	0,0905	—	_		

Для кристалів точкових груп симетрії 42m, 4/mmm, 422 та 4mm кути орієнтації вектора зміщення QL AX ζ_i , розраховані з використанням тензора Крістоффеля (3.31), дорівнюють

$$\zeta_{1,2} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{(C_{13} + C_{44}) \sin 2\theta_{1,2}}{(C_{11} - C_{44}) \cos^2 \theta_{1,2} + (C_{44} - C_{33}) \sin^2 \theta_{1,2}},$$
(3.84)

$$\zeta_3 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{(C_{11} + C_{66}) \sin 2\theta_3}{(C_{11} - C_{66}) \cos^2 \theta_3 + (C_{66} - C_{11}) \sin^2 \theta_3},$$
(3.85)

де індекси 1, 2, 3 відповідають головним кристалографічним площинам *bc*, *ac*, *ab*. Іншими словами, індекс *i* ($a \equiv 1, b \equiv 2, c \equiv 3$) позначає вісь, перпендикулярну до розглядуваної головної кристалографічної площини. При цьому кути орієнтації вектора зміщення QL AX ζ_1 , ζ_2 , ζ_3 та хвильового вектора QL AX θ_1 , θ_2 , θ_3 відраховуються, відповідно, від осей *b*, *a*, *a* [196].

Слід зауважити, що, оскільки поляризації власних АХ є взаємно ортогональними, кути орієнтації вектора зміщення QT AX розраховуються за формулами (3.84) та (3.85), до правої частини яких додається 90°.

Кристали Li₂B₄O₇ мають дев'ять акустичних осей, які є тими напрямками поширення AX, для яких швидкості QT₁ AX та QT₂ AX співпадають. Одна з цих акустичних осей паралельна кристалографічній осі c, яка є оптичною віссю цього кристалу, чотири інші акустичні осі осі лежать у площині ab, та ще по дві акустичні осі належать площинам ac та bc (Рисунок 3.17). В площині ac (bc) акустичні осі лежать під кутами 22° та 158° відносно осі a (b); натомість в площині ab акустичні осі лежать під кутами 27°, 63°, 117° та 153° відносно осі a(Рисунок 3.18). Різниця швидкостей QL AX та QT AX, що поширюються вздовж осі c в кристалах Li₂B₄O₇, дорівнює 244,6 м/с.

Кристали α -TeO₂ мають п'ять акустичних осей; причому одна з цих акустичних осей паралельна кристалографічній осі *c*, яка є оптичною віссю цього кристалу (Рисунок 3.19), а чотири інші акустичні осі лежать в площині *ab* під кутами 17°, 73°, 107° та 163° відносно осі *a* (Рисунок 3.20). Також в кристалах α -TeO₂ у площинах *ac* та *bc* існують по дві так звані поперечнопоздовжні акустичні осі, які є тими напрямками поширення AX, для яких швидкості QL AX та QT₂ AX співпадають. В площині *ac* (*bc*) ці поперечнопоздовжні акустичні осі лежать під кутами 9° та 171° відносно осі *a* (*b*).



Рисунок 3.17. Схематичний вигляд поверхонь швидкостей АХ для кристалів Li₂B₄O₇: двосторонні стрілки – поляризації власних АХ; АА – акустичні осі [196].



Рисунок 3.18. Перерізи поверхонь швидкостей АХ площинами *ac* (*bc*) (a) та *ab* (б) для кристалів Li₂B₄O₇: АА – акустичні осі [196].



Рисунок 3.19. Схематичний вигляд поверхонь швидкостей АХ для кристалів α-TeO₂: двосторонні стрілки – поляризації власних АХ; АА – акустичні осі [196].



Рисунок 3.20. Перерізи поверхонь швидкостей АХ площинами *ac* (*bc*) (a) та *ab* (б) для кристалів α-TeO₂: АА – акустичні осі [196].

Для кристалів Li₂B₄O₇ кут неортогональності AX η (3.83) досягає –25,8° в площині *ac* (*bc*) та ±8,4° в площині *ab* (Рисунок 3.21). Натомість для кристалів α -TeO₂ кут неортогональності AX досягає значення –15,8° в площині *ac* (*bc*) та ±37,1° в площині *ab*.



Рисунок 3.21. Залежності $\eta_i = \eta_i(\theta_i)$ для QL AX та QT₁ AX у площинах *ac* (*bc*) (а) та *ab* (б) кристалів Li₂B₄O₇ та α-TeO₂. Стрілки: кутові положення акустичних осей [196].

Отже, як можна бачити, на відміну від кристалів Tl_3AsS_4 , проаналізованих у параграфі 3.2.1, кути неортогональності АХ в кристалах $Li_2B_4O_7$ та α -TeO₂ є достатньо великими, що зумовлює доцільність та необхідність отримання аналітичних співвідношень для ЕПОК саме за умов врахування неортогональності поляризацій власних АХ (Таблиця 3.4–Таблиця 3.9).

Таблиця 3.4. ЕПОК для типу I АО взаємодії в кристалах $Li_2B_4O_7$ та α -ТеО	2
[196].	

Плошина	Співвідношення для <i>p_{eff}</i> у випадках нехтування (Н) та врахування (В)
площина	неортогональності поляризацій власних АХ
	(H): $p_{12}\cos^2\theta + p_{13}\sin^2\theta$
ac (bc)	(B): $p_{12}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta)-\sin2\theta\sin(\theta-\zeta))+$
	$+p_{13}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta)+\sin 2\theta\sin(\theta-\zeta))$
	(H): $(p_{11}\cos^2\theta + p_{12}\sin^2\theta)\cos^2(\theta + \theta_B) + (p_{12}\cos^2\theta + \theta_B)$
	$+p_{11}\sin^2\theta)\sin^2(\theta+\theta_B) + p_{66}\sin 2(\theta+\theta_B)\sin 2\theta$
	$(p_{11}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta))-\sin 2\theta\sin(\theta-\zeta))+p_{12}\times$
ab	$\times (\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\cos^2(\theta+\theta_B) +$
	(B): $+(p_{12}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta))-\sin 2\theta\sin(\theta-\zeta))+p_{11}\times$
	$\times (\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta) + \sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\sin^2(\theta+\theta_B) +$
	$+2p_{66}\sin 2(\theta + \theta_B)(\cos 2\theta \sin(\theta - \zeta) + 0,5\sin 2\theta \cos(\theta - \zeta))$

Таблиця 3.5. ЕПОК для типу II АО взаємодії в кристалах $Li_2B_4O_7$ та α -TeO₂ [196].

Плошица	Співвідношення для p_{eff} у випадках нехтування (H) та врахування (B)
площина	неортогональності поляризацій власних АХ
	(H): $(p_{11}\cos^2\theta + p_{13}\sin^2\theta)\cos^2(\theta + \theta_B) + (p_{31}\cos^2\theta + \theta_B)$
	$+p_{33}\sin^2\theta)\sin^2(\theta+\theta_B) + p_{44}\sin 2(\theta+\theta_B)\sin 2\theta$
	$(p_{11}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta))-\sin 2\theta\sin(\theta-\zeta))+$
ac (bc)	+ $p_{13}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta)+\sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\cos^2(\theta+\theta_B)+$
	(B): $+(p_{31}(\cos^2\theta\cos(\theta-\zeta))-\sin 2\theta\sin(\theta-\zeta))+$
	+ $p_{33}(\sin^2\theta\cos(\theta-\zeta)+\sin 2\theta\sin(\theta-\zeta)))\sin^2(\theta+\theta_B)+$
	$+2p_{44}\sin 2(\theta + \theta_B)(\cos 2\theta \sin(\theta - \zeta) + 0,5\sin 2\theta \cos(\theta - \zeta))$
ab	(H): <i>p</i> ₃₁
	(B): $p_{31}\cos(\theta - \zeta)$

Таблиця 3.6. ЕПОК для типу III АО взаємодії в кристалах $Li_2B_4O_7$ та α -TeO₂ [196].

Площина	Співвідношення для <i>p_{eff}</i> у випадках нехтування (Н) та врахування (В)
	неортогональності поляризацій власних АХ
	(H): $0.5(p_{12} - p_{13})\sin 2\theta$
ac (bc)	(B): $0.5p_{12}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta)-\sin2\theta\sin(\zeta-\theta))+$
	$+0.5p_{13}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta)+\sin2\theta\sin(\zeta-\theta))$
ah	АО взаємодія не може бути реалізована, оскільки відповідні ПО
ub	коефіцієнти дорівнюють нулю

Таблиця 3.7. ЕПОК для типу IV АО взаємодії в кристалах $Li_2B_4O_7$ та α -TeO₂ [196].

Плошица	Співвідношення для <i>p_{eff}</i> у випадках нехтування (Н) та врахування (В)
площина	неортогональності поляризацій власних АХ
	(H): $0.5(p_{11} - p_{13})\sin 2\theta \cos^2(\theta + \theta_B) + 0.5(p_{31} - p_{33}) \times$
	$\times \sin 2\theta \sin^2(\theta + \theta_B) - p_{44} \sin 2(\theta + \theta_B) \cos 2\theta$
	$0,5(p_{11}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta)-\sin 2\theta\sin(\zeta-\theta))+$
ac (bc)	+ $p_{13}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta)+\sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)))\cos^2(\theta+\theta_B)+$
	(B): $+0.5(p_{31}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta)-\sin 2\theta\sin(\zeta-\theta))+$
	$+p_{33}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta)+\sin2\theta\sin(\zeta-\theta)))\sin^2(\theta+\theta_B)+$
	$+p_{44}(0,5\sin 2\theta\cos(\zeta-\theta)+\cos 2\theta\sin(\zeta-\theta))\sin 2(\theta+\theta_B)$
ab	АО взаємодія не може бути реалізована, оскільки відповідні ПО
	коефіцієнти дорівнюють нулю

Як можна бачити (Таблиця 3.4–Таблиця 3.9), для ізотропної АО взаємодії співвідношення для ЕПОК, отримані при врахуванні неортогональності поляризацій власних АХ, у наближенні PL АХ або PT АХ зводяться до співвідношень для ЕПОК, отриманих при нехтуванні нею, що свідчить про їхню самоузгодженість. Слід зауважити, що для подальших розрахунків анізотропії КАОЯ в кристалах Li₂B₄O₇ та α -TeO₂ приймається, що кут Брегга $\theta_B = 1^{\circ}$.

Таблиця 3.8. ЕПОК для типу V АО взаємодії в кристалах $Li_2B_4O_7$ та α -TeO₂ [196].

Площина	Співвідношення для <i>p_{eff}</i> у випадках нехтування (Н) та врахування (В)
	неортогональності поляризацій власних АХ
ac (bc)	АО взаємодія не може бути реалізована, оскільки відповідні ПО
uc (DC)	коефіцієнти дорівнюють нулю
	(H): $0.5(p_{11} - p_{12})\sin 2\theta \cos^2(\theta + \theta_B) + 0.5(p_{12} - p_{11}) \times$
	$\times \sin 2\theta \sin^2(\theta + \theta_B) - p_{66} \sin 2(\theta + \theta_B) \cos 2\theta$
	$0,5(p_{11}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta)-\sin 2\theta\sin(\zeta-\theta))+$
ab	+ $p_{12}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta)+\sin 2\theta\sin(\zeta-\theta)))\cos^2(\theta+\theta_B)+$
	(B): $+0.5(p_{12}(\cos^2\theta\cos(\zeta-\theta)-\sin 2\theta\sin(\zeta-\theta))+$
	+ $p_{11}(\sin^2\theta\cos(\zeta-\theta)+\sin2\theta\sin(\zeta-\theta)))\sin^2(\theta+\theta_B)+$
	$+p_{66}(0,5\sin 2\theta\cos(\zeta-\theta)+\cos 2\theta\sin(\zeta-\theta))\sin 2(\theta+\theta_B)$

Таблиця 3.9. ЕПОК для типу VI AO взаємодії в кристалах Li₂B₄O₇ та α-TeO₂ [196].

Площина	Співвідношення для <i>p_{eff}</i> у випадках нехтування (Н) та врахування (В)
	неортогональності поляризацій власних АХ
ac (bc)	АО взаємодія не може бути реалізована, оскільки відповідні ПО
	коефіцієнти дорівнюють нулю
ab	(H): 0
	(B): $p_{31}\cos(\zeta - \theta)$

Для кристалів Li₂B₄O₇ у випадку типу І АО взаємодії врахування неортогональності АХ не впливає істотно на КАОЯ у площині *ab* (Рисунок 3.22). Натомість в площині *ac* (*bc*) в кутових областях $45^{\circ} < \theta < 135^{\circ}$ та 225° $< \theta < 315^{\circ}$ спостерігається розщеплення значень КАОЯ, розрахованих за альтернативних умов врахування або нехтування неортогональністю АХ; причому врахування неортогональності АХ призводить до зменшення КАОЯ. У цих областях в площині *ac* (*bc*) зростає кут неортогональності АХ, тоді як кут неортогональності АХ в площині *ab* залишається достатньо малим (Рисунок 3.21).

Максимальне значення КАОЯ $(3,4 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг})$ для типу I АО взаємодії досягається в площині *ac* (*bc*) при поширенні АХ вздовж осі *c*.



Рисунок 3.22. Залежності КАОЯ від кута θ для типу І АО взаємодії в площинах *ac* (*bc*) (a) та *ab* (б) кристалів Li₂B₄O₇ [196].

Аналогічна поведінка КАОЯ спостерігається для кристалів Li₂B₄O₇ також й у випадку типу II АО взаємодії (Рисунок 3.23). А саме, врахування неортогональності АХ не впливає на КАОЯ для площини взаємодії *ab*, але впливає на нього для площини взаємодії *ac* (*bc*) та кутових областей $45^{\circ} < \theta < 135^{\circ}$ й $225^{\circ} < \theta < 315^{\circ}$; причому врахування неортогональності АХ призводить до зменшення КАОЯ.

Максимальне значення КАОЯ ($1,7 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$) для типу II АО взаємодії досягається в площині *ab* при кутах поширення АХ $\theta = 45^\circ$, 135°, 225° та 315°.



Рисунок 3.23. Залежності КАОЯ від кута θ для типу II АО взаємодії в площинах *ac* (*bc*) (а) та *ab* (б) кристалів Li₂B₄O₇ [196].

Для типу III АО взаємодії в кристалах Li₂B₄O₇ (Рисунок 3.24) в площині *ac* (*bc*) ЕПОК для кристалів Li₂B₄O₇ дорівнює нулю, якщо нехтувати неортогональністю АХ – тобто, за цієї умови такий тип взаємодій у площині *ac* (*bc*) є неможливим. Однак тип III АО взаємодії може бути реалізований в площині *ac* (*bc*) при врахуванні неортогональності АХ. Тоді максимальне значення КАОЯ (8×10⁻¹⁶ c³/кг) досягається при θ = 90° та 270°. У площині *ab* тип III АО взаємодії не може реалізуватися, коли АХ поширюється в кутових областях 27° < θ < 63°, 117° < θ < 163°, 207° < θ < 243° та 297° < θ < 333°, оскільки в такому випадку ЕПОК дорівнює нулю. Натомість при поширенні АХ під іншими кутами величина КАОЯ за умови нехтування неортогональності АХ. В останньому випадку максимальне значення КАОЯ (5,6×10⁻¹⁸ c³/кг) досягається при кутах поширення АХ θ = 66°, 156°, 246° та 336°.



Рисунок 3.24. Залежності КАОЯ від кута θ для типу III АО взаємодії в площинах *ac* (*bc*) (а) та *ab* (б) кристалів Li₂B₄O₇ [196].

Тип IV АО взаємодії в кристалах Li₂B₄O₇ (Рисунок 3.25) у площині *ac* (*bc*) може бути реалізований лише за умови поширення AX під кутами 21° < θ < 160° та 200° < θ < 339°; причому врахування неортогональності AX призводить до збільшення КАОЯ. Максимальне значення КАОЯ (3,7×10⁻¹⁶ c³/кг) у площині *ac* (*bc*) досягається при кутах поширення AX θ = 90° та 270°. В свою чергу, в площині *ab* тип IV АО взаємодії є неможливим за умови нехтування неортогональністю AX. Проте у разі врахування неортогональності AX тип IV AO взаємодії в площині *ab* може існувати при кутах поширення AX 333° < θ < 27°, 63° < θ < 117°, 153° < θ < 207° та 243° < θ < 297°. В цьому випадку максимальне значення КАОЯ дорівнює 1,15×10⁻¹⁷ c³/кг при кутах поширення AX θ = 25°, 65°, 115°, 155°, 205°, 245°, 295° та 335°.



Рисунок 3.25. Залежності КАОЯ від кута θ для типу IV АО взаємодії в площинах *ac* (*bc*) (a) та *ab* (б) кристалів Li₂B₄O₇ [196].

Для типу V AO взаємодії в кристалах Li₂B₄O₇ (Рисунок 3.26) в площині ас кристалів Li₂B₄O₇ дорівнює нулю, ЕПОК для якщо (bc)нехтувати неортогональністю АХ – тобто, за цієї умови тип V АО взаємодії у площині ас (bc) є неможливим. Натомість при врахуванні неортогональності АХ тип V АО взаємодії може бути реалізований в площині ac (bc) для кутів поширення АХ $339^{\circ} < \theta < 21^{\circ}$ та $159^{\circ} < \theta < 201^{\circ}$. При цьому максимальне значення КАОЯ $(2,7 \times 10^{-19} \text{ c}^3/\text{кг})$ досягається при $\theta = 11^\circ$, 169°, 191° та 349°. В свою чергу, в площині ab тип V AO взаємодії при врахуванні неортогональності AX може $27^\circ < \theta < 63^\circ$, областях $117^{\circ} < \theta < 153^{\circ}$. реалізований кутових бути В $207^{\circ} < \theta < 243^{\circ}$ та $297^{\circ} < \theta < 333^{\circ}$. При цьому врахування неортогональності АХ призводить до збільшення КАОЯ. Максимальне значення КАОЯ (5,5×10⁻ ¹⁸ с³/кг) в площині *ab* досягається при $\theta = 62^{\circ}$, 152°, 242° та 332°.



Рисунок 3.26. Залежності КАОЯ від кута θ для типу V АО взаємодії в площинах *ac* (*bc*) (a) та *ab* (б) кристалів Li₂B₄O₇ [196].

Для типу VI АО взаємодії в кристалах Li₂B₄O₇ (Рисунок 3.27) в площині ЕПОК кристалів $Li_2B_4O_7$ дорівнює нулю, ab для якщо нехтувати неортогональністю AX – тобто, за цієї умови такий тип взаємодій в площині *ab* є неможливим. Однак при врахуванні неортогональності АХ тип VI АО взаємодії в площині ав може бути реалізований в кутових областях $27^{\circ} < \theta < 63^{\circ}$, $117^{\circ} < \theta < 153^{\circ}$, $207^{\circ} < \theta < 243^{\circ}$ та $297^{\circ} < \theta < 333^{\circ}$. Максимум КАОЯ (1,12×10⁻¹⁷ c³/кг) в площині *ab* досягається при $\theta = 28^{\circ}$, 62°, 118°, 152°, 208°, 242°, 298° та 332°. В площині ас (bc) тип VI АО взаємодії може реалізовуватися в кутових областях $339^\circ < \theta < 21^\circ$ та $159^\circ < \theta < 201^\circ$. В такому випадку максимум КАОЯ (0,97×10⁻¹⁶ c³/кг) досягається при $\theta = 20^{\circ}$, 160°, 200° та 340°; причому врахування неортогональності АХ не впливає на величину КАОЯ.



Рисунок 3.27. Залежності КАОЯ від кута θ для типу VI АО взаємодії в площинах *ac* (*bc*) (а) та *ab* (б) кристалів Li₂B₄O₇ [196].

Тип I АО взаємодії в кристалах α -TeO₂ (Рисунок 3.28) для площини *ac* (*bc*) характеризується максимальним значенням КАОЯ (33,3×10⁻¹⁵ c³/кг) при поширенні АХ вздовж осі *c*. При цьому максимальна різниця значень КАОЯ, розрахованих при врахуванні та нехтуванні неортогональністю АХ, спостерігається при $\theta = 38^{\circ}$. Цей кут майже дорівнює куту, за якого неортогональність АХ досягає найбільшого значення (Рисунок 3.21). Натомість у площині *ab* максимальне значення КАОЯ (9,6×10⁻¹⁵ c³/кг) спостерігається при $\theta = 0^{\circ}$, 90°, 180° та 270°.

Для типу II АО взаємодії в кристалах α-TeO₂ (Рисунок 3.29) максимальне значення КАОЯ ($31,2\times10^{-15}$ c³/кг) в площині *ac* (*bc*) досягається при $\theta = 64^{\circ}$, 116°, 244° та 296°. Натомість максимум КАОЯ для площини *ab* є достатньо малим ($7,8\times10^{-16}$ c³/кг) та досягається при $\theta = 45^{\circ}$, 135°, 225° та 315°.



Рисунок 3.28. Залежності КАОЯ від кута θ для типу І АО взаємодії в площинах *ac* (*bc*) (а) та *ab* (б) кристалів α -TeO₂ [196].



Рисунок 3.29. Залежності КАОЯ від кута θ для типу II АО взаємодії в площинах *ac* (*bc*) (а) та *ab* (б) кристалів α -TeO₂ [196].

Слід зауважити, що для типів I та II АО взаємодії врахування неортогональності АХ призводить до збільшення величини КАОЯ лише у випадку типу II АО взаємодії у площині *ac* (*bc*).

Для типу III АО взаємодії в кристалах α -TeO₂ (Рисунок 3.30) в площині *ac* (*bc*) максимальне значення КАОЯ (3,6×10⁻¹⁵ c³/кг) при врахуванні неортогональності АХ досягається при $\theta = 42^{\circ}$, 138°, 222° та 318°. Натомість в площині *ab* максимальне значення КАОЯ (2,7×10⁻¹⁵ c³/кг) при врахуванні неортогональності АХ досягається при $\theta = 55^{\circ}$, 145°, 235° та 325°. Необхідно зазначити, що в обох цих випадках врахування неортогональності АХ призводить до зменшення КАОЯ.



Рисунок 3.30. Залежності КАОЯ від кута θ для типу III АО взаємодії в площинах *ac* (*bc*) (а) та *ab* (б) кристалів α -TeO₂ [196].

У випадку типу IV АО взаємодії в кристалах α -TeO₂ (Рисунок 3.31) в площині *ac* (*bc*) максимум КАОЯ (71,6×10⁻¹⁵ c³/кг) при врахуванні неортогональності АХ досягається при $\theta = 61^{\circ}$, 119°, 241° та 299°. В свою чергу, для площини *ab* тип IV AO взаємодії характеризується значно меншим максимальним значенням КАОЯ (9,3×10⁻¹⁵ c³/кг), яке досягається при θ = 33°, 57°, 123°, 147°, 213°, 237°, 303° та 327°. Причому тип IV AO взаємодії в площині *ab* стає можливим лише за умови врахування неортогональності AX.



Рисунок 3.31. Залежності КАОЯ від кута θ для типу IV АО взаємодії в площинах *ac* (*bc*) (а) та *ab* (б) кристалів α -TeO₂ [196].

Реалізація типів V та VI AO взаємодії для кристалів α -TeO₂ в площині *ac* (*bc*) є неможливою. В свою чергу, в площині *ab* тип V AO взаємодії характеризується максимумом КАОЯ (0,54×10⁻¹⁵ c³/кг) при врахуванні неортогональності AX, який досягається при θ = 72°, 162°, 252° та 342°. Натомість для типу VI AO взаємодії максимальне значення КАОЯ (6,7×10⁻¹⁵ c³/кг) при врахуванні неортогональності AX досягається при θ = 18°, 72°, 108°, 162°, 198°, 252°, 288° та 342° (Рисунок 3.32). Зазначимо, що в площині *ab* при нехтуванні неортогональністю AX тип VI AO взаємодії стає неможливим.



Рисунок 3.32. Залежності КАОЯ від кута *θ* для типів V (а) та VI (б) АО взаємодії в площині *ab* кристалів α-TeO₂ [196].

Таблиця 3.10. Максимальні значення КАОЯ, розраховані для різних типів ізотропних АО взаємодій в кристалах Li₂B₄O₇ та α-TeO₂ при врахуванні неортогональності поляризацій власних АХ [196].

Тип АО	<i>θ</i> , °		Площина АО взаємодії		$M_2, 10^{-15} \text{ c}^3/$ кг	
взаємодн	$Li_2B_4O_7$	α -TeO ₂	$Li_2B_4O_7$	α-TeO ₂	$Li_2B_4O_7$	α -TeO ₂
Ι	90, 270	90, 270	ac, bc	ac, bc	3,4	33,3
II	45, 135, 225, 315	64, 116, 244, 296	ab	ac, bc	1,7	31,2
III	90, 270	42, 138, 222, 318	ac, bc	ac, bc	0,8	3,6
IV 90, 270 61, 119, 241, 299		ac, bc	ac, bc	0,37	71,6	
V 62, 152, 72, 162, 242, 332 252, 342		ab	ab	0,0055	0,54	
VI20, 160, 200, 34018, 72, 108, 162, 198, 252, 288, 342		ac, bc	ab	0,097	6,7	

Глобальний максимум КАОЯ у випадку ізотропних АО взаємодій в кристалах Li₂B₄O₇ дорівнює $3,4\times10^{-15}$ c³/кг. Він досягається для типу І АО взаємодії у кристалографічній площині *ac* (*bc*) (Таблиця 3.10). При цьому необхідно зазначити, що врахування неортогональності поляризацій власних АХ не змінює типу АО взаємодії, при якому досягається максимум КАОЯ, як й величини самого максимуму. Так, в роботі [189], за умови нехтування неортогональністю поляризацій власних АХ, максимальне значення КАОЯ ($3,4\times10^{-15}$ c³/кг) було виявлено у випадку типу І АО взаємодії. Й, нарешті, глобальний максимум КАОЯ у випадку ізотропних АО взаємодій в кристалах α -TeO₂, 71,6×10⁻¹⁵ c³/кг, досягається для типу IV АО взаємодії у кристалографічній площині *ac* (*bc*).

3.2.3. Кристали ТІІпSe₂

Основні оптичні характеристики кристалів TlInSe₂ наведені в параграфі 2.2.1. Швидкості AX v_{ij} в кристалах TlInSe₂ вимірювалися ехо-імпульсним методом (Рисунок 3.3) [180]. В свою чергу, коефіцієнти жорсткості C_{ij} в кристалах TlInSe₂ розраховувалися з використанням швидкостей AX v_{ij} , визначених експериментально, за наступними формулами, отриманими з рівняння Крістоффеля (3.30):

$$C_{11} = \rho v_{11}^2, \ C_{33} = \rho v_{33}^2, \ C_{44} = \rho v_{23}^2,$$

$$C_{66} = \rho v_{12}^2, \ C_{12} = 2(\rho v_{66}^2 - C_{66}) - C_{11},$$

$$C_{13} = ((C_{11} - 2\rho v_{55}^2 + C_{44})(C_{33} - 2\rho v_{55}^2 + C_{44}))^{1/2} - C_{44},$$

(3.86)

де $\rho = 6460 \text{ кг/м}^3$ – густина кристалів TIInSe₂; v_{ij} – швидкості AX (*i* – напрямок поширення AX, *j* – напрямок поляризації AX). В свою чергу, коефіцієнти пружної податливості S_{ij} в кристалах TIInSe₂ розраховувалися, виходячи з матриці коефіцієнтів жорсткості C_{ij} та формул

$$S_{11} = S_{22} = \frac{C_{11}C_{33} - C_{13}^2}{C_{33}C_{11}^2 - 2C_{11}C_{13}^2 - C_{33}C_{12}^2 + 2C_{12}C_{13}^2},$$

$$S_{12} = -\frac{C_{12}C_{33} - C_{13}^2}{C_{33}C_{11}^2 - 2C_{11}C_{13}^2 - C_{33}C_{12}^2 + 2C_{12}C_{13}^2},$$

$$S_{13} = S_{23} = -\frac{C_{13}}{C_{11}C_{33} - 2C_{13}^2 + C_{12}C_{33}}, S_{66} = \frac{1}{C_{66}},$$

$$S_{33} = \frac{C_{11} + C_{12}}{C_{11}C_{33} - 2C_{13}^2 + C_{12}C_{33}}, S_{55} = S_{44} = \frac{1}{C_{44}}.$$
(3.87)

Кути орієнтації вектора зміщення QL AX ζ_i в кристалах TlInSe₂, аналогічно до кристалів Li₂B₄O₇ та α -TeO₂, визначаються зі співвідношень (3.84) та (3.85); причому зауваження щодо позначень в таких формулах та їхнього застосування у випадку QT AX викладені у параграфі 3.2.2. Натомість кут зносу (а саме, кут між напрямком акустичної групової швидкості та хвильовим вектором AX) Δ_i розраховується за формулою [198]

$$\Delta_i = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\nu(\theta_i)} \frac{\partial \nu(\theta_i)}{\partial \theta_i}\right),\tag{3.88}$$

де $v(\theta_i)$ – швидкість АХ.

Експериментально визначені швидкості QL AX в кристалах TlInSe₂ мають помірну величину; натомість швидкості QT AX, які поширюються вздовж головних кристалографічних осей, не перевищують 1356 м/с (Таблиця 3.11). Такі величини швидкостей AX зумовлюють високий КАОЯ для кристалів TlInSe₂, оскільки $M_2 \sim v^{-3}$ згідно зі співвідношенням (3.3).

Аналізуючи розраховані матриці коефіцієнтів жорсткості C_{ij} та пружної податливості S_{ij} (Таблиця 3.11), можна зазначити, що кристали TlInSe₂ найбільш податливі щодо напружень зсуву σ_4 , σ_5 та σ_6 , оскільки коефіцієнти $S_{44} = S_{55}$ та S_{66} є більшими, аніж інші коефіцієнти пружної податливості.

Таблиця 3.11. Експериментально визначені швидкості АХ v_{ij} та розраховані коефіцієнти жорсткості C_{ij} й пружної податливості S_{ij} для кристалів TlInSe₂ [158].

ij	<i>v_{ij}</i> , м/с	ij	<i>C_{ij}</i> , 10 ¹⁰ Па	$S_{ij}, 10^{-11} \Pi a^{-1}$
11, 22	2553±25	11	42,11±0,45	26,41±0,53
33	3596±30	33	83,54±0,69	12,40±0,19
55	2838±25	12	12,59±0,98	-7,47±0,77
66	2444±20	13	8,93±1,61	$-2,03\pm0,39$
12, 21	1319±12	44, 55	11,88±0,22	84,19±1,52
23	1356±15	66	11,24±0,21	88,98±1,69

Надалі, використовуючи матрицю коефіцієнтів жорсткості *С_{іj}* та рівняння Крістоффеля (3.30), для кристалів TlInSe₂ можна побудувати перерізи поверхонь швидкостей AX головними кристалографічними площинами (Рисунок 3.33).



Рисунок 3.33. Перерізи поверхонь швидкостей АХ площинами *bc* (а) та *ab* (б) для кристалів TlInSe₂ [158].

Як можна бачити, у площині *bc* лише швидкість QT_1 АХ не залежить від напрямку поширення; натомість в площині *ab* усі власні АХ не виявляють значної анізотропії швидкостей. Мінімальна швидкість для QL AX (2444 м/с) досягається у випадку, коли QL AX поширюється в напрямку бісектриси між кристалографічними осями *a* та *b*. В свою чергу, мінімальна швидкість для QT₁ AX та QT₂ AX (1356 м/с) досягається, відповідно, у випадку, коли QT₁ AX поширюється в довільному напрямку в площині *bc* та QT₂ AX поширюється в довільному напрямку в площині *ab*. Кристали TllnSe₂ мають п'ять акустичних осей; причому одна з цих акустичних осей паралельна кристалографічній осі *c*, яка є оптичною віссю цього кристалу, а чотири інші акустичні осі лежать в площині *ab* під кутами 14°, 76°, 104° та 166° відносно осі *a*.

У площині *bc* кут Δ_1 для QT₂ AX та QL AX набуває достатньо високих значень (Рисунок 3.34). Так, цей кут становить 40,7° у випадку, коли хвильовий вектор QT₂ AX утворює кут $\theta_1 = 18^\circ$ з віссю *b*. Коли кут орієнтації хвильового вектора QL AX θ_1 становить 45° відносно осі *b* в площині *bc*, кут Δ_1 дорівнює 28,6°. Натомість для QT₁ AX кути Δ_1 у площині *bc* не перевищують 1,5°.



Рисунок 3.34. Залежності $\Delta_i = \Delta_i(\theta_i)$ у площині *bc* для кристалів TlInSe₂ [158].

Водночас QT_1 AX характеризується достатньо великим кутом Δ_3 у площині *ab* (Рисунок 3.35) – зміна цього кута становить +15,2° для орієнтацій хвильового вектора AX, визначених кутами 23° та 69° відносно осі *a*. Й, нарешті, кути Δ_3 для QL AX у площині *ab* є достатньо малими (~ 5°), тоді як для QT₂ AX кут Δ_3 у цій площині дорівнює нулю.



Рисунок 3.35. Залежності $\Delta_i = \Delta_i(\theta_i)$ у площині *ab* для кристалів TlInSe₂ [158].

Як можна бачити (Рисунок 3.36), кут η_1 досягає екстремального значення $\pm 22,8^{\circ}$ в площині *bc*, коли хвильовий вектор AX орієнтований під кутом $\theta_1 = 48^{\circ}$ відносно осі *b* в площині *bc* (для QL AX та QT₂ AX). Натомість екстремальне значення $\eta_3 = \pm 7,7^{\circ}$, коли хвильовий вектор AX орієнтований під кутами θ_3 , що дорівнюють 19° або 71° відносно осі *a* в площині *ab* (для QL AX та QT₁ AX).

Кути Δ_i (3.88) та η_i (3.83) характеризують ступінь анізотропії кристалів TlInSe₂. Наприклад, у так званому ізотропному наближенні ($C_{11} = C_{33}, C_{12} = C_{13}, C_{44} = C_{66} = (C_{11}-C_{12})/2$) вони стають нульовими.



Рисунок 3.36. Залежності $\eta_i = \eta_i(\theta_i)$ у площинах *bc* (а) та *ab* (б) для кристалів TlInSe₂ [158].

На жаль, дані для ПО коефіцієнтів p_{ij} кристалів TlInSe₂ при $\lambda = 1,15$ мкм відсутні в науковій літературі. Тим не менше, можна скористатися даними для КАОЯ з роботи [119] ($M_2 = 156,0 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ при $\lambda = 1,15$ мкм), які відповідають ізотропній АО взаємодії з поздовжньою АХ, що поширюється вздовж осі *b* зі швидкістю $v_{22} = 2480$ м/с (тип (1) АО взаємодії, Рисунок 3.37), та визначити ПО коефіцієнт $p_{11} = p_{22}$ за формулою $|p_{22}| = (\rho M_2 v_{22}^3 / n_0^6)^{1/2}$, яка отримується зі співвідношення (3.3). Згідно з цією формулою, $|p_{22}| \approx 0,15$.

Як зазначалося вище, найповільніша QL AX (2444 м/с) в кристалах TIInSe₂ поширюється вздовж бісектриси осей *a* та *b* у площині *ab* (тип (2) AO взаємодії, Рисунок 3.37). Нехтуючи малим кутом Брегга, ЕПОК для цього типу AO взаємодії можна записати як $p_{eff} = (p_{11}+p_{12}+2p_{66})/2$. Використовуючи ізотропне наближення та припускаючи, що $p_{66} \approx (p_{11}-p_{12})/2$, знаходимо, що $p_{eff} = p_{11}$. В цьому випадку отримується дещо вище значення КАОЯ ($M_2 = 170 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$), аніж в роботі [119], з огляду на те, що швидкість QL AX є меншою. Однак для більш надійного аналізу анізотропії КАОЯ необхідно знати всі компоненти ПО тензора кристалів TIInSe₂ при $\lambda = 1,15$ мкм.



Рисунок 3.37. Схематична діаграма ізотропної АО взаємодії при поширенні QL AX вздовж осі b (1) та вздовж бісектриси осей a і b у площині ab (2) в кристалах TlInSe₂. $k_o = 2\pi n_o/\lambda$ та $k_e = 2\pi n_e/\lambda$ – відповідно перерізи вказівних поверхонь хвильових векторів для звичайної та незвичайної оптичних хвиль. Двосторонні стрілки та перехрещені кола – напрямки поляризації оптичних хвиль. **k**_i, **k**_d, **K** – відповідно хвильові вектори падаючої й дифрагованої оптичних хвиль та AX [158].

3.2.4. Кристали ү1-(Ga0.3In0.7)2Se3

Сполука γ_1 -(Ga_xIn_{1-x})₂Se₃ є широкозонним напівпровідниковим твердим розчином, що кристалізується в гексагональній вюрцитоподібній γ_1 -фазі системи Ga₂Se₃ – In₂Se₃. Кристали γ_1 -(Ga_xIn_{1-x})₂Se₃ описуються точковою групою симетрії 6 (просторові групи симетрії P6₁ або P6₅) при 0,02 < *x* < 0,55; причому при збільшенні молярної частки Ga₂Se₃ від 0,05 до 0,49 параметри елементарної комірки цих кристалів зменшуються від *a* = 7,10 Å, *c* = 19,30 Å до *a* = 6,92 Å, *c* = 18,85 Å відповідно [199]. Оптична заборонена псевдозона *E*_g* в кристалах γ_1 -(Ga_xIn_{1-x})₂Se₃ зростає зі збільшенням концентрації Ga *x* від 2,160 еВ для *x* = 0,1 до 2,344 еВ для *x* = 0,4 [200]. Край оптичного поглинання в кристалах γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ при низьких рівнях поглинання формується непрямими міжзонними оптичними переходами [201]; причому з підвищенням температури від 77 до 300 К край оптичного поглинання зміщується в бік більших довжин хвиль, а лінійний дихроїзм проявляється у більшому поглинанні незвичайної оптичної хвилі порівняно зі звичайною [202].

Основні оптичні властивості кристалів γ_1 -(Ga_xIn_{1-x})₂Se₃ вивчено більшменш досконально. Так, зокрема, дисперсія показників заломлення цих кристалів була детально розглянута в роботі [202], де було отримано, що для кристалів γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ $n_o = 2,90$ та $n_e = 2,95$ на довжині оптичної хвилі $\lambda = 632,8$ нм. Крім того, було досліджено низку температурних та композиційних перетворень кристалів γ_1 -(Ga_xIn_{1-x})₂Se₃ [200].

Найбільш характерною властивістю кристалів γ_1 -(Ga_xIn_{1-x})₂Se₃ (x = 0,1-0,4), яка є суттєвою в аспекті цього дисертаційного дослідження, є їхня відносно висока природна оптична активність – так, зокрема, для кристалів γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ при поширенні світла з довжиною $\lambda = 632,8$ нм вздовж оптичної осі вона дорівнює 1,03×10⁵ °/м, що більш ніж у п'ять разів перевищує природну оптичну активність кристалів α-SiO₂ [203].

Експериментальні дослідження AO властивостей кристалів γ₁-(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃, проведені в роботі [204], показали, що ці кристали є

високоефективним АО матеріалом: КАОЯ кристалів γ_1 -(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃ при $\lambda = 632,8$ нм у випадку колінеарної АО взаємодії дорівнює $445 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$, $183 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$, $165 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ для напрямків X, Y, Z відповідно (X(1)||[2110], Y(2) [[01 10], Z(3) [[0001]). Однак ці результати потребують додаткової перевірки з огляду на відсутність в роботі [204] будь-якої інформації щодо ПО та достатньо близькі значення коефіцієнтів швилкостей поздовжньої (~1600 м/с) і поперечної (~1200 м/с) АХ. Зауважимо також, що п'єзооптичний ефект у кристалах γ_1 -(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃ вивчений лише частково й жодних окремих компонент їхнього п'єзооптичного тензора не визначено [205]. Вищевказані обставини зумовлюють доцільність подальших комплексних досліджень АО властивостей кристалів у₁-(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃.

Зразки кристалів ү₁-(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃, що використовувалися для досліджень, мали форму паралелепіпедів. При цьому їхні грані були:

- зразок 1: перпендикулярні до осей X, Y і Z;
- зразок 2: перпендикулярні до осі X та діагоналі осей Y і Z;
- зразок 3: перпендикулярні до осі *Y* та діагоналі осей *X* і *Z*.

Середні розміри вищевказаних зразків становили 5×5×5 мм³.

Швидкості AX \mathcal{V}_{ii} В кристалах γ_1 -(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃ визначалися експериментально ехо-імпульсним методом [180] при температурі T = 293 К (Рисунок 3.4). Оскільки досліджувані кристали належать до гексагональної точкової групи симетрії 6, їхній тензор жорсткості містить 5 ненульових Швидкості АХ компонент. які себе незалежних V_{ii} включають В п'єзоелектричні внески, та коефіцієнти жорсткості С_{іі} пов'язані між собою співвідношеннями [206]

$$C_{11} = C_{22} = \rho v_{11}^2 = \rho v_{22}^2, \ C_{33} = \rho v_{33}^2, \ C_{12} = C_{11} - 2C_{66},$$

$$C_{44} = C_{55} = \rho v_{32}^2 = \rho v_{31}^2, \ C_{66} = \rho v_{12}^2 = \rho v_{21}^2,$$

$$C_{13} = 0.5((2\rho v_{4\bar{4}}^2 - 2\rho v_{44}^2)^2 - (C_{33} - C_{11})^2)^{1/2} - C_{44},$$

(3.89)

де $\rho = 5440$ кг/м³ [204] є густиною кристалу γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃.

Для кристалів точкової групи симетрії 6 кути орієнтації вектора зміщення QL AX $\zeta_{1,2}$, розраховані з використанням тензора Крістоффеля (3.31) [207], дорівнюють

$$\zeta_{1,2} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{(C_{13} + C_{44}) \sin 2\theta_{1,2}}{(C_{11} - C_{44}) \cos^2 \theta_{1,2} + (C_{44} - C_{33}) \sin^2 \theta_{1,2}} \right);$$
(3.90)

причому зауваження щодо позначень в таких формулах та їхнього застосування у випадку QT AX викладені у параграфі 3.2.2. Натомість кути зносу AX $\Delta_{1,2}$ для кристалів γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ розраховуються за загальною формулою (3.88).

Таблиця 3.12 містить результати описаних вище експериментальних досліджень та теоретичних розрахунків.

Таблиця 3.12. Експериментально визначені швидкості АХ v_{ij} та розраховані коефіцієнти жорсткості C_{ij} й пружної податливості S_{ij} для кристалів γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ [206].

ij	<i>v_{ij}</i> , м/с	ij	C_{ij} , 10 ¹⁰ Па	$S_{ij}, 10^{-11} \Pi a^{-1}$
11, 22	3233±17	11	5,69±0,06	2,29±0,05
33	3150±13	33	5,40±0,05	2,18±0,04
44	3098±22	12	2,49±0,06	$-0,85\pm0,05$
12, 21	1713±3	13	1,83±0,08	$-0,49\pm0,03$
31, 32	1756±13	44	1,68±0,03	5,96±0,09
41	1718±11	66	1,60±0,01	6,26±0,02
$4\overline{4}$	1775±8		_	_

Як можна бачити, коефіцієнти C_{ij} та S_{ij} задовольняють умовам

$$C_{11} \approx C_{33}, S_{11} \approx S_{33}, C_{44} \approx C_{66}, S_{44} \approx S_{66}, C_{66} = (C_{11} - C_{12}) / 2, S_{66} = 2(S_{11} - S_{12}),$$
(3.91)

які є характерними для ізотропних твердотільних середовищ.

Надалі, використовуючи матрицю коефіцієнтів жорсткості C_{ij} та рівняння Крістоффеля (3.30), для кристалів γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ можна побудувати перерізи поверхонь швидкостей АХ головними кристалофізичними площинами (Рисунок 3.38).

Як можна бачити, QT₁ AX та QT₂ AX в кристалах γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ поширюються з однаковими швидкостями вздовж оптичної осі Z, з огляду на що цей напрямок є акустичною віссю. При цьому швидкості QL AX, QT₁ AX та QT₂ AX у площині XZ (YZ) є майже незмінними – вони представлені квазіколами. Так, наприклад, максимальна різниця швидкостей QL AX, що дорівнює (83±30) м/с, відповідає напрямкам поширення QL AX вздовж осей X (Y) та Z. В свою чергу, максимальна різниця швидкостей QT₁ AX, що дорівнює (114±19) м/с, відповідає напрямкам поширення QT₁ AX вздовж осі X (Y) та під кутом 42° до осі X (Y).



Рисунок 3.38. Перерізи поверхонь швидкостей АХ площинами *XZ* (*YZ*) (a) та *XY* (б) для кристалів γ₁-(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ [206].

В гексагональних кристалах може бути два можливих варіанти прояву акустичних осей [188]: (1) конус акустичних осей навколо осі $Z \in$ чисто уявним конусом, й тоді єдиною акустичною віссю є вісь Z, або (2) конус акустичних осей навколо осі $Z \in$ реальним круговим конусом, вісь якого співпадає з віссю Z, й тоді акустичними осями є напрямок Z та всі напрямки, що лежать на цьому реальному конусі. Кристалам γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ відповідає варіант (1) – тобто, єдина акустична вісь цих кристалів паралельна осі Z. Однак у наближенні, визначеному формулами (3.91), кожен напрямок поширення АХ є акустичною віссю, з огляду на дуже малі різниці швидкостей QT₁ AX та QT₂ AX.

Кути зносу АХ $\Delta_{1,2}$ для кристалів γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ є достатньо малими. Так, зокрема, при поширенні QT₁ АХ в площині XZ (YZ) вони досягають екстремальних значень +5,8° при $\theta_{1,2} = 23^{\circ}$ та -5,8° при $\theta_{1,2} = 68^{\circ}$. В свою чергу, їхні екстремальні значення при поширенні QL АХ в площині XZ (YZ) дорівнюють -3,0° при $\theta_{1,2} = 28^{\circ}$ та +3,0° при $\theta_{1,2} = 152^{\circ}$. Натомість екстремальні значення цих кутів при поширенні QT₂ АХ в площині XZ (YZ) дорівнюють +1,4° при $\theta_{1,2} = 45^{\circ}$ та -1,4° при $\theta_{1,2} = 135^{\circ}$ (Рисунок 3.39). Й, нарешті, ці кути дорівнюють нулю в площині XY.

При поширенні QL AX та QT₁ AX в площині XZ (YZ) кути неортогональності AX $\eta_{1,2}$ (3.83) також є достатньо малими. При цьому вони досягають своїх екстремумів, +2,2° та -2,2°, при $\theta_{1,2} = 27^{\circ}$ та $\theta_{1,2} = 153^{\circ}$ відповідно (Рисунок 3.40).

Ефективність АО дифракції в кристалах γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ була експериментально досліджена з використанням методу Діксона-Коена [182] (Рисунок 3.4) на довжині хвилі оптичного випромінювання $\lambda = 632,8$ нм в наступних геометріях:

— поширення AX та оптичної хвилі вздовж осей X, Y, Z;

– поширення AX вздовж бісектриси осей -Y і Z та поширення оптичної хвилі вздовж бісектриси осей Y і Z з поляризацією вздовж осі X.



Рисунок 3.39. Залежності $\Delta_i = \Delta_i(\theta_i)$ у площині XZ (YZ) для кристалів γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ [206].



Рисунок 3.40. Залежності $\eta_i = \eta_i(\theta_i)$ у площині XZ (YZ) для кристалів γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ [206].

У всіх вищевказаних геометріях В кристалах γ_1 -(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃ досліджувалася ізотропна АО дифракція звичайної оптичної хвилі. При цьому було експериментально виміряно ПО коефіцієнти $|p_{11}|$ та $|p_{13}|$, які дорівнюють відповідно 0,105±0,014 та 0,072±0,010. Надалі за ними були розраховані КАОЯ, які становлять відповідно (38,6±0,7)×10⁻¹⁵ с³/кг та (18,1±0,3)×10⁻¹⁵ с³/кг. При поширенні АХ вздовж бісектриси осей – У і Z та поширенні оптичної хвилі вздовж бісектриси осей Y i Z з поляризацією вздовж осі X експериментально виміряне значення ЕПОК дорівнює 0,06±0,01. В свою чергу, відповідне йому значення КАОЯ становить (12,6±0,3)×10⁻¹⁵ с³/кг [206]. З іншого боку, ЕПОК, розрахований за формулою $p_{eff} = (p_{11}+p_{13})/2$, дорівнює 0,089±0,024. Як можна бачити, ця величина близька до значення ЕПОК, виміряного експериментально. Коефіцієнт $p_{12} = p_{21}$ було виміряно при поширенні світла вздовж оптичної осі кристалів _{γ1}-(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃ – тобто, в тому напрямку, в якому ці кристали демонструють високу природну оптичну активність. Оскільки поляризація дифрагованої оптичної хвилі не контролювалася, невідомо, чи беруть участь у АО взаємодії обидві (права та ліва) циркулярно-поляризовані оптичні хвилі чи лише одна з них. Тим не менше, за умов, згаданих вище, був знайдений ПО коефіцієнт $|p_{12}| = 0.09 \pm 0.03$.

Слід зауважити, що основною проблемою визначення ПО коефіцієнтів в кристалах γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃ методом Діксона–Коена було відносно високе оптичне поглинання та лінійний дихроїзм, які виникають на довжині оптичної хвилі $\lambda = 632,8$ нм. Саме це зумовило неможливість спостереження АО дифракції, в якій бере участь незвичайна оптична хвиля. З огляду на це, інші компоненти ПО тензора можна визначити лише в області більших довжин оптичної хвилі.

Висновки до Розділу 3

1. Методика, застосовується отримання аналітичних яка для співвідношень для компонент тензора деформацій, що викликані АХ з довільним напрямком хвильового вектора. передбачає використання стандартних матриць повороту декартових систем координат та побудову перерізів вказівних поверхонь, які описуються тензором Крістоффеля. Аналітичні співвідношення, отримані в результаті застосування цієї методики, можуть бути використані для послідовного аналізу анізотропії КАОЯ.

2. Вплив відхилень поляризації власних АХ від чисто поздовжнього та чисто поперечного станів на анізотропію КАОЯ було проаналізовано для АО взаємодій, що відбуваються в головних кристалографічних площинах. При цьому аналітичні співвідношення, які описують ЕПОК для 6 різних типів ізотропних АО взаємодій, були отримані для випадків нехтування та врахування таких відхилень. Слід зауважити, що формули для ЕПОК, які враховують відхилення поляризації власних АХ від чисто поздовжнього та чисто поперечного станів, у наближенні власних АХ з чистими станами поляризації можуть бути зведені до відповідних співвідношень, отриманих при нехтуванні такими відхиленнями, що свідчить про самоузгодженість цих формул. Виходячи з вищевказаних співвідношень, можна відзначити, що набір компонент ПО тензора, який визначає ЕПОК, залишається незмінним для випадків нехтування та врахування відхилень поляризацій власних АХ від чисто поздовжнього та чисто поперечного станів. Це стосується кристалів, що належать до орторомбічних точкових груп симетрії, а також кристалів інших точкових груп симетрії, які характеризуються тензорами жорсткості та ПО тензорами з аналогічною структурою. Відповідний аналіз було проведено на прикладі кристалів Tl₃AsS₄, які є достатньо ефективним АО матеріалом. При цьому було виявлено, що для кристалів Tl₃AsS₄ відхилення поляризації власних АХ від чисто поздовжнього та чисто поперечного станів впливають на анізотропію КАОЯ лише у випадку АО взаємодій з QT АХ. Це зумовлено

специфічними властивостями кристалів Tl₃AsS₄ – а саме, малими кутами та близькістю неортогональності власних АХ значень ПО головних коефіцієнтів. Показано, що в більш загальній ситуації, характерній для інших кристалічних матеріалів, збільшення кута неортогональності власних АХ повинно призвести до суттєвих відмінностей між кутовими залежностями КАОЯ, отриманими y випадках нехтування та врахування такої При експериментальних неортогональності. визначенні геометрій AO взаємодій, за яких досягаються максимальні значення КАОЯ для кристалів Tl₃AsS₄, було виявлено, що глобальний максимум КАОЯ (2186×10⁻¹⁵ с³/кг) відповідає АО взаємодіям у площинах ab та bc з PL AX, яка поширюється вздовж кристалографічної осі b.

3. Вплив неортогональності власних АХ на анізотропію КАОЯ було проаналізовано для ізотропних АО взаємодій, які відбуваються в головних кристалографічних площинах кристалів Li₂B₄O₇ та α -TeO₂. При цьому були отримані геометрії АО взаємодій, за яких повинні спостерігатися максимальні значення КАОЯ. В результаті було виявлено, що глобальний максимум КАОЯ для кристалів Li₂B₄O₇ (3,4×10⁻¹⁵ c³/кг) досягається при типі I АО взаємодії у кристалографічній площині *ac* (*bc*). Натомість глобальний максимум КАОЯ для кристалів α -TeO₂ (71,6×10⁻¹⁵ c³/кг) спостерігається при типі IV АО взаємодії у кристалографічній площині взаємодії *ac* (*bc*).

4. Результати експериментальних досліджень швидкостей АХ в кристалах TlInSe₂ дали можливість визначити всі компоненти тензорів жорсткості та пружної податливості. При цьому було встановлено, що пружні податливості $S_{44} = S_{55}$ та S_{66} значно більші за інші, що свідчить про надзвичайно високу податливість кристалів TlInSe₂ щодо напружень зсуву. Використовуючи поперечні перерізи поверхонь швидкостей АХ в кристалах TlInSe₂, було виявлено, що найповільніша QL AX (2444 м/с) поширюється вздовж бісектриси кристалографічних осей a та b. В свою чергу, найповільніші $QT_1 AX$ та $QT_2 AX$ відповідно, (1356 м/с) поширюються. В довільному напрямку В кристалографічній площині bc та в довільному напрямку в кристалографічній
5. Результати експериментальних досліджень швидкостей АХ в кристалах можливість γ_1 -(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃ дали визначити всі компоненти тензорів жорсткості та пружної податливості. При цьому встановлено, що компоненти цих тензорів задовольняють наближені співвідношення $C_{11} \approx C_{33}$, $S_{11} \approx S_{33}$, $C_{44} \approx C_{66}, S_{44} \approx S_{66}, C_{66} = 0,5(C_{11} - C_{12})$ та $S_{66} = 2(S_{11} - S_{12}),$ які характерні для ізотропних твердотільних середовищ. Кути зносу власних АХ для кристалів у1- $(Ga_{0.3}In_{0.7})_2Se_3$ достатньо малими; € те Ж саме стосується кутів неортогональності QL AX та QT₁ AX, з огляду на що для них можна використовувати наближення чистих станів поляризації. Значення КАОЯ для кристалів γ_1 -(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃ було виміряно для різних геометрій ізотропної AO дифракції звичайної оптичної хвилі з довжиною $\lambda = 632,8$ нм. При цьому максимальна величина КАОЯ, $(38,6\pm0,7)\times10^{-15}$ с³/кг, відповідає ПО коефіцієнту $|p_{11}| = 0,105\pm0,014$. Слід зауважити, що, оскільки експериментально визначені повільності АХ та ПО коефіцієнти є не надто великими (так, наприклад, $|p_{11}| = 0,105\pm0,014, |p_{13}| = 0,072\pm0,010$ та $|p_{12}| = 0,09\pm0,03),$ в кристалах γ_1 -(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃ основний внесок в КАОЯ пов'язаний з високими показниками заломлення, що спостерігаються в спектральній області поблизу краю оптичного поглинання.

РОЗДІЛ 4. АКУСТООПТИЧНА ВЗАЄМОДІЯ ЗА УЧАСТЮ ЦИРКУЛЯРНО-ПОЛЯРИЗОВАНИХ ОПТИЧНИХ ВЛАСНИХ ХВИЛЬ В ОПТИЧНО АКТИВНИХ КРИСТАЛАХ

4.1. Аналіз акустооптичної дифракції циркулярно-поляризованих оптичних хвиль в кристалах AgGaS₂

Як вже відзначалося у Розділі 1, оптична активність проявляється в еліптичному або циркулярному двозаломленні: оптична хвиля з довжиною λ , що проходить через кристалічне середовище в напрямку, для якого скалярний параметр гірації *G* (1.7) є відмінним від нуля, розкладається на дві еліптичнополяризовані або циркулярно-поляризовані оптичні хвилі протилежної орієнтації, що поширюються з різними швидкостями [16]. Якщо ж усунути виродження швидкостей лінійно-поляризованих хвиль, оптична активність призводить до появи циркулярно-поляризованих оптичних власних хвиль.

Циркулярно-поляризовані оптичні хвилі можуть відігравати роль власних хвиль в оптично активному середовищі, якщо лінійне двозаломлення в цьому середовищі відсутнє. Гази [209, 210], рідини [211], тверді полімери [212] та кристали [213] належать до тих середовищ, які можуть володіти природною оптичною активністю та не володіти лінійним двозаломленням. Відповідними умовами для кристалів є кубічна сингонія або поширення оптичної хвилі вздовж однієї з оптичних осей кристалу. Так, для середовищ з кубічною або вищою сингонією вказівні поверхні показників заломлення для лівої та правої циркулярно-поляризованих оптичних хвиль являють собою сфери різного радіуса, які не виявляють анізотропії (іншими словами, в такому випадку відсутня анізотропія швидкостей циркулярно-поляризованих оптичних хвиль). Натомість в оптично одновісних або оптично двовісних кристалах циркулярне двозаломлення маскується лінійним двозаломленням, яке зазвичай є набагато більшим, ніж його циркулярний аналог, однак у напрямках оптичних осей воно призводить до розщеплення поверхонь показників заломлення. Певні прояви впливу оптичної активності на АО дифракцію відзначалися науковцями й раніше. Наприклад, як вже зауважувалося, в роботі [13] було виявлено, що КАОЯ, який визначається співвідношенням (3.3), для кристалів α -TeO₂ у випадку АО взаємодії за участю еліптично-поляризованих оптичних власних хвиль ($1200 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$), є вищим, ніж КАОЯ для АО взаємодії за участю лінійно-поляризованих оптичних хвиль ((600-800)× $10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$). При цьому падаюча та дифрагована оптичні хвилі поширювалися в напрямках, близьких до оптичної осі в оптично активних кристалах α -TeO₂, так що відповідні оптичні власні хвилі були майже циркулярно-поляризованими оптичними хвилями. Іншими словами, належне врахування ефекту оптичної активності може призводити до підвищення ефективності АО дифракції та вдосконалення відповідних АО пристроїв [214].

В свою чергу, в роботі [215] було показано, що врахування оптичної активності при АО дифракції дозволяє підвищити ефективність невзаємного АО елемента. Згідно з роботою [216], врахування оптичної активності може вплинути на профіль амплітуди дифрагованого світла; причому при поширенні світла вздовж однієї з оптичних осей у оптично двовісних кристалах необхідно враховувати перетворення гауссівських пучків на більш складні світлові пучки – наприклад, пучки Бесселя. Анізотропна АО дифракція світлових пучків Бесселя в оптично одновісних кристалах, які володіють природною оптичною активністю, досліджена в роботах [217] та [218] для випадку, коли світло поширюється вздовж напрямків, близьких до оптичної осі. В такому випадку анізотропна АО дифракція може розглядатися фактично як взаємодія лівої та правої циркулярно-поляризованих оптичних хвиль. У роботі [219] було розглянуто АО взаємодію циркулярно-поляризованих оптичних хвиль у кристалах, що належать до кубічної сингонії, в аспекті збереження моменту імпульсу для взаємодіючих оптичних фотонів.

Необхідно зазначити, що важливим випадком прояву анізотропії циркулярного двозаломлення є ситуація, коли лінійне двозаломлення дорівнює нулю на довжині хвилі так званої "ізотропної точки" *λ_i* в некубічних кристалах. Тоді виконується умова рівності звичайного (*n_o*) та незвичайного (*n_e*) показників заломлення, однак такі кристали продовжують залишатися анізотропними щодо інших своїх оптичних властивостей.

З огляду на вищевикладене в рамках цього дисертаційного дослідження аналіз АО взаємодії в оптично активних кристалах за участю циркулярнополяризованих оптичних власних хвиль доцільно проводити для випадку анізотропних кристалів, що належать до точкових груп симетрії, нижчих за кубічну, та в яких знято виродження швидкостей лінійно-поляризованих оптичних хвиль. Такими кристалами є, зокрема, кристали тіогалату срібла AgGaS₂, які належать до точкової групи симетрії $\overline{4}2m$ та володіють ізотропною точкою на довжині оптичної хвилі $\lambda_i = 497,4$ нм, що лежить на межі спектрального діапазону прозорості [220]. При цьому кристали AgGaS₂ характеризуються дуже великою оптичною активністю – для напрямків поширення світла, паралельних кристалографічним осям *a* або *b*, вона становить 5,22×10⁵ °/м при $\lambda_i = 497,4$ нм [221].

Слід відзначити, що кристали AgGaS₂ є тими нехіральними кристалами, в яких було вперше виявлено оптичну активність, тоді як раніше вона інтуїтивно пов'язувалася з енантіоморфізмом середовища, хоча теорія й передбачала принципову можливість існування оптичної активності в кристалах неенантіоморфних точкових груп симетрії, за що свого часу її неодноразово ставили під сумнів [222].

Тензор гірації **g** для точкової групи симетрії 42m має наступний вигляд:

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -g_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
 (4.1)

Для кристалів AgGaS₂ компонента тензора гірації $g_{11} = \pm 3,88 \times 10^{-3}$. Отже, скалярний параметр гірації *G* (1.7) в цьому випадку можна записати як

$$G = g_{ij}m_im_j = g_{11}\sin^2\phi\cos 2\phi, \qquad (4.2)$$

221

де $m_1 = \sin\phi\cos\varphi$, $m_2 = \sin\phi\sin\varphi$, $m_3 = \cos\phi - компоненти одиничного хвильового$ вектора оптичної хвилі (одиничного вектора оптично-хвильової нормалі) $<math>\mathbf{m} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$ в сферичній системі координат, ϕ та φ – відповідно полярний та азимутальний кути одиничного вектора оптично-хвильової нормалі відносно декартової системи координат *abc*.

На довжині хвилі $\lambda_i = 497,4$ нм в кристалах AgGaS₂ відбувається розщеплення вказівних поверхонь показників заломлення для правої (n_R) та лівої (n_L) циркулярно-поляризованих оптичних хвиль [16]

$$n_{R,L} = n_o \pm \frac{1}{2} n_o^3 G = n_o \pm \frac{1}{2} n_o^3 g_{11} \sin^2 \phi \cos 2\phi, \qquad (4.3)$$

де $\Delta n_C = n_R - n_L -$ циркулярне двозаломлення, зумовлене оптичною активністю; $n_o = n_e = 2,685$ [25].

Слід зауважити, що, оскільки параметр G залежить від матеріального тензора гірації **g**, поверхні показників заломлення для правої та лівої циркулярно-поляризованих оптичних хвиль в середньо- та низькосиметричних кристалах в загальному випадку є вже не сферами, а складними поверхнями вищого порядку [223, 224].

Перерізами вказівних поверхонь хвильових векторів для правої $(k_R = 2\pi n_R/\lambda)$ та лівої $(k_L = 2\pi n_L/\lambda)$ циркулярно-поляризованих оптичних хвиль є еліпси в площині *ab* та криві шостого степеня, які є близькими до еліпсів, в кристалографічній площині *ac* (Рисунок 4.1). Зазначені криві перетинають одна одну вздовж напрямків [110], [110], [110], [110], [10].

Оскільки швидкості правої та лівої циркулярно-поляризованих оптичних хвиль однакові вздовж цих напрямків, вони можуть бути визначені як "оптичні осі" для циркулярно-поляризованих оптичних хвиль. Слід зауважити, що ці оптичні осі лежать у взаємно перпендикулярних площинах (110) та (110). Всі інші напрямки поширення світла в кристалі характеризуються ненульовим циркулярним двозаломленням Δn_C .



Рисунок 4.1. Перерізи вказівних поверхонь хвильових векторів для правої (k_R) та лівої (k_L) циркулярно-поляризованих оптичних хвиль кристалографічними площинами *ab* (а) та *ac* (б) для кристалів точкової групи симетрії $\overline{4}2m$. ОА – "оптичні осі" для циркулярно-поляризованих оптичних хвиль [225].

Ізотропна АО дифракція Брегга має місце, коли падаюча та дифрагована оптичні хвилі мають однаковий знак обертання вектора напруженості електричного поля – тобто, обидві циркулярно-поляризовані оптичні хвилі є або правими, або лівими [225]. Розглянемо векторні діаграми для двох різних типів ізотропної АО дифракції Брегга в кристалах AgGaS₂ (Рисунок 4.2).

Тип (1) ізотропної АО дифракції Брегга являє собою взаємодію між падаючою лівою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею, дифрагованою лівою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею та поздовжньою АХ, яка поширюється вздовж кристалографічної осі *b*.

Запишемо вектор електричної індукції падаючої оптичної хвилі $\mathbf{D}^{\mathbf{L}}$ (для спрощення записів величина ε_0^{-1} в залежностях **E** від **D** не вказується) у вигляді

$$\begin{cases} D_2^L = D_0 \sin \delta \\ D_3^L = D_0 \cos \delta \end{cases}, \tag{4.4}$$

де D_0 та δ – відповідно амплітуда та фаза падаючої оптичної хвилі; D_2^L , D_3^L – компоненти вектора електричної індукції.



Рисунок 4.2. Схематична векторна діаграма типів (1) та (2) ізотропної АО дифракції Брегга в кристалах AgGaS₂. **k**_i, **k**_d, **K** – відповідно хвильові вектори падаючої й дифрагованої оптичних хвиль та AX [225].

Якщо прийняти, що кут Брегга залишається настільки малим, що їм можна знехтувати, компоненти *E*₂, *E*₃ вектора напруженості електричного поля дифрагованої оптичної хвилі в загальному випадку можна представити як

$$\begin{cases} E_2 = D_0(\Delta B_{22}\sin\delta + \Delta B_{23}\cos\delta) \\ E_3 = D_0(\Delta B_{32}\sin\delta + \Delta B_{33}\cos\delta), \end{cases}$$
(4.5)

де ΔB_{jl} – приріст компонент тензора діелектричної непроникності **B**, спричинений ПО ефектом. Оскільки умови фазового синхронізму ($\mathbf{k}_d = \mathbf{k}_i + \mathbf{K}$) в цьому випадку задовольняються для АО взаємодій за участю двох лівих циркулярно-поляризованих оптичних хвиль, система рівнянь (4.5) має відповідати лівій циркулярно-поляризованій оптичній хвилі. Це стає можливим, якщо $\Delta B_{23} = \Delta B_{32} = 0$. Тоді система рівнянь (4.5) записується як

$$\begin{cases} E_2^L = D_0 \Delta B_{22} \sin \delta \\ E_3^L = D_0 \Delta B_{33} \cos \delta \end{cases}$$
(4.6)

Система рівнянь (4.6) описує вектор напруженості електричного поля дифрагованої оптичної хвилі $\mathbf{E}^{\mathbf{L}}$. В свою чергу, для інтенсивності дифрагованого світла записується наступне співвідношення:

$$I \sim (E_2^L)^2 + (E_3^L)^2 = (D_0 \Delta B_{22})^2 \sin^2 \delta + + (D_0 \Delta B_{33})^2 \cos^2 \delta = D_0^2 e_2^2 (p_{22}^2 \sin^2 \delta + p_{32}^2 \cos^2 \delta),$$
(4.7)

де p_{mn} – компоненти ПО тензора **р**, e_n – компоненти тензора деформацій **е**, викликаних АХ (всі ці компоненти представлені у матричному записі). Для точкової групи симетрії $\overline{4}2m \ p_{11} = p_{22}, \ p_{12} = p_{21}, \ p_{31} = p_{32}, \ p_{13} = p_{23}$ та $p_{44} = p_{55}$, з огляду на що ЕПОК p_{eff} дорівнює [225]

$$p_{eff} = \left(\left(p_{11}^2 + p_{31}^2 \right) / 2 \right)^{1/2}.$$
(4.8)

Оскільки ЕПОК (4.8) не дорівнює нулю, розглянута вище АО взаємодія є можливою. З іншого боку, АО дифракція на поперечних АХ не може бути реалізована в цій геометрії АО взаємодії з огляду на нульові ПО коефіцієнти.

Тип (2) ізотропної АО дифракції Брегга являє собою взаємодію між падаючою правою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею, дифрагованою правою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею та поздовжньою АХ, яка поширюється вздовж кристалографічної осі *b* (Рисунок 4.2). В цьому випадку вектор електричної індукції падаючої оптичної хвилі задається системою рівнянь

$$\begin{cases} D_2^R = D_0 \sin \delta \\ D_3^R = -D_0 \cos \delta \end{cases}, \tag{4.9}$$

тоді як вектор напруженості електричного поля дифрагованої оптичної хвилі можна записати як

$$\begin{cases} E_2^R = D_0 \Delta B_{22} \sin \delta \\ E_3^R = -D_0 \Delta B_{33} \cos \delta \end{cases}$$
(4.10)

З огляду на співвідношення (4.7), для типу (2) ізотропної АО дифракції Брегга ЕПОК p_{eff} також визначається формулою (4.8). Слід зауважити, що для обох типів ізотропної АО дифракції Брегга, розглянутих вище, дифрагована оптична хвиля має таку ж саму фазу, що й падаюча оптична хвиля.

Анізотропна АО дифракція Брегга має місце, коли падаюча та дифрагована оптичні хвилі мають протилежні знаки обертання вектора напруженості електричного поля. Тобто, якщо падаюча оптична хвиля є правою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею, то дифрагована оптична хвиля є лівою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею. В свою чергу, якщо падаюча оптична хвиля є лівою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею, то дифрагована оптична хвиля є правою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею [225].

Розглянемо анізотропну АО дифракцію Брегга з падаючою лівою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею та дифрагованою правою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею (Рисунок 4.3).



Рисунок 4.3. Схематична векторна діаграма анізотропної АО дифракції Брегга в кристалах AgGaS₂. **k**_i, **k**_d, **K** – відповідно хвильові вектори падаючої й дифрагованої оптичних хвиль та AX [225].

Нехтуючи кутом Брегга, можна побачити, що як падаюча, так дифрагована оптичні хвилі поширюються майже паралельно напрямку [110]. Для спрощення розгляду система координат повертається на кут 45° навколо кристалографічної осі c. Тоді компоненти вектора електричної індукції падаючої оптичної хвилі **D**^L в системі координат a'b'c записуються як

$$\begin{cases} D_2^{L'} = D_0 \sin \delta \\ D_3^{L'} = D_3^L = D_0 \cos \delta \end{cases}$$
(4.11)

В свою чергу, співвідношення для компонент вектора напруженості електричного поля дифрагованої оптичної хвилі $\mathbf{E}^{\mathbf{R}}$ в системі координат *a'b'с* є наступними:

$$\begin{cases} E_2^{R'} = D_0 \Delta B_{23} \cos \delta \\ E_3^{R'} = E_3^R = D_0 \Delta B_{32} \sin \delta \end{cases}.$$
 (4.12)

Слід зауважити, що фаза дифрагованої оптичної хвилі зміщена на – 90° відносно фази падаючої оптичної хвилі. Враховуючи рівність $\Delta B_{23} = \Delta B_{32}$, для інтенсивності дифрагованого світла можна записати наступне співвідношення [225]:

$$I \sim (E_2^{R'})^2 + (E_3^{R'})^2 = (D_0 \Delta B_{23})^2 \cos^2 \delta + + (D_0 \Delta B_{32})^2 \sin^2 \delta = D_0^2 (e_4')^2 (p_{44}'/2)^2,$$
(4.13)

де e'_4 та p'_{44} – відповідно компоненти тензора деформацій е' та ПО тензора р' в системі координат *a'b'c*. Оскільки $p'_{44} = p_{44}$, ця компонента ПО тензора інваріантна відносно повороту системи координат навколо кристалографічної осі *c* на кут 45°. Таким чином, $p_{eff} = p_{44}/2$.

Слід зауважити, що анізотропні АО дифракції Брегга на поздовжній АХ, яка індукує деформацію e'_2 , та поперечній АХ з ортогональною поляризацією, яка індукує деформацію e'_6 , не можуть бути реалізовані у цій геометрії АО взаємодії з огляду на нульові значення відповідних ПО коефіцієнтів.

Анізотропна колінеарна АО дифракція заборонена у кристалографічній площині *ab*, оскільки для кристалів AgGaS₂ відповідні ПО коефіцієнти дорівнюють нулю, однак її можна реалізувати у площині *ac* (Рисунок 4.4).

Розглянемо випадок, коли падаюча права циркулярно-поляризована оптична хвиля та АХ поширюються в площині ac під кутом 45° до осі a. Для спрощення розгляду система координат повертається на кут 45° навколо кристалографічної осі b. Тоді компоненти вектора електричної індукції падаючої оптичної хвилі **D**^R в системі координат a'bc' записуються як

$$\begin{cases} D_2^{R'} = D_2^R = -D_0 \cos \delta \\ D_3^{R'} = D_0 \sin \delta \end{cases}.$$
 (4.14)

В свою чергу, співвідношення для компонент вектора напруженості електричного поля дифрагованої оптичної хвилі $\mathbf{E}^{\mathbf{L}}$ в системі координат *a'bc'* є наступними:

$$\begin{cases} E_2^{L'} = E_2^L = D_0 \Delta B_{23} \sin \delta \\ E_3^{L'} = -D_0 \Delta B_{32} \cos \delta \end{cases}.$$
 (4.15)



Рисунок 4.4. Схематична векторна діаграма анізотропної колінеарної АО дифракції в кристалах AgGaS₂. **k**_i, **k**_d, **K** – відповідно хвильові вектори падаючої й дифрагованої оптичних хвиль та AX [225].

Отже, для інтенсивності дифрагованого світла можна записати наступне співвідношення:

$$I \sim (E_2^{L'})^2 + (E_3^{L'})^2 = (D_0 \Delta B_{23})^2 \sin^2 \delta + (D_0 \Delta B_{32})^2 \cos^2 \delta =$$

= $D_0^2 (e_6')^2 (p_{46}'/2)^2 = D_0^2 (e_6')^2 ((p_{44} - p_{66})/2)^2,$ (4.16)

Таким чином, в цьому випадку ЕПОК $p_{eff} = (p_{44} - p_{66})/4$ [225].

Використовуючи коефіцієнти жорсткості *С_{ij}* [226] та розв'язуючи рівняння Крістоффеля (3.30), було визначено, що поперечна АХ, відповідна

цьому випадку анізотропної колінеарної АО дифракції, поширюється зі швидкістю 2417 м/с вздовж напрямку [101]. В свою чергу, використовуючи зв'язок хвильових векторів, дійсний за умови фазового синхронізму ($\mathbf{k}_d = \mathbf{k}_i + \mathbf{K}$), можна оцінити частоту цієї АХ як $\Phi = 3,5 \times 10^6$ Гц. Зазначимо, що анізотропна колінеарна АО дифракція може бути реалізована тоді, коли взаємодіючі хвилі поширюються в кристалі AgGaS₂ вздовж будь-якого напрямку, крім кристалографічної площини *ab* та напрямків оптичних осей.

ПО коефіцієнти кристалів AgGaS₂, необхідні для того, щоб розрахувати КАОЯ для тих типів АО дифракції, які були проаналізовані вище, визначалися для довжин оптичних хвиль 632,8 та 532,0 нм, використовуючи метод Діксона– Коена (Рисунок 3.4) [182]. В свою чергу, КАОЯ для кристалів AgGaS₂ розраховувався за формулою

$$M_2^{sa} = M_2^{st} \frac{I_{st}}{I_{sa}} \left(\frac{I_3 I_4}{I_1 I_5} \right)^{1/2},$$
(4.17)

*M*st – КАОЯ для плавленого кварцу як еталонного матеріалу ле $(1,56 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ для АО дифракції на поздовжній АХ та $0,47 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ для АО дифракції на поперечній АХ [1, 2]); І_{sa} та І_{st} – інтенсивності світла, що пройшло через досліджуваний та еталонний зразки відповідно. Інтенсивності АО дифракції, які фігурують в рівнянні (4.17), відповідають АО взаємодії з акустичним імпульсом, що поширюється вперед в еталонному зразку (I₁); акустичним імпульсом, що відбивається від поверхні розділу між еталонним зразком та досліджуваним зразком (*I*₂); акустичним імпульсом, ЩО поширюється вперед в досліджуваного зразку (І₃); акустичним імпульсом, що відбивається у досліджуваному зразку (I₄); акустичним імпульсом, що відбивається від тильної сторони досліджуваного зразка та повертається назад до еталонного зразка (I_5).

Для розрахунку ЕПОК *p*_{eff} використовувалися співвідношення

$$p_{eff} = \frac{1}{n^3} (M_2^{sa} \rho v_{ij}^3)^{1/2}, \qquad (4.18)$$

230

де n – показник заломлення, що відповідає певній визначеній поляризації оптичної хвилі (показники заломлення для кристалів AgGaS₂ $n_o = 2,5507$ та $n_e = 2,5039$ при $\lambda = 632,8$ нм [221]); v_{ij} – швидкість AX (індекс *i* відповідає напрямку поширення AX, індекс *j* відповідає напрямку поляризації AX); $\rho = 4700$ кг/м³ – густина кристалу AgGaS₂ [227].

Швидкості АХ розраховувалися за допомогою рівняння Крістоффеля (3.30) та коефіцієнтів жорсткості C_{ij} (Таблиця 4.1).

Таблиця 4.1. Коефіцієнти жорсткості C_{ij} для кристалів AgGaS₂ при $\lambda = 632,8$ нм [227].

ij	11	33	44	66	12	13
C_{ij} , 10 ¹⁰ Па	8,79±0,05	7,58±0,05	2,41±0,05	3,08±0,05	5,84±0,05	5,92±0,06

Хоча довжини оптичних хвиль 632,8 та 532,0 нм й не збігаються з довжиною хвилі ізотропної точки ($\lambda_i = 497,4$ нм), ПО коефіцієнти для цих довжин хвиль дозволяють з певною точністю оцінити КАОЯ для тих типів АО дифракції, які були проаналізовані вище. Очевидно, що ця точність є тим більшою, чим слабшими є дисперсії відповідних ПО коефіцієнтів (Таблиця 4.2).

/n	λ, нм			
/Pij	532,0	632,8		
$ p_{11} $	0,135±0,004	0,144±0,004		
$ p_{12} $	0,027±0,005	0,043±0,005		
<i>p</i> ₃₁	0,024±0,005	0,036±0,005		
$ p_{66} $	0,056±0,003	0,053±0,003		

Таблиця 4.2. Значення ПО коефіцієнтів для кристалів AgGaS₂ [225].

ПО коефіцієнти p_{ij} (*i*, *j* = 1, 2, 3) визначалися для ізотропних АО взаємодій з поздовжніми AX, що поширювалися вздовж головних кристалографічних осей кристалу AgGaS₂. В свою чергу, ПО коефіцієнти p_{44} та p_{66} визначалися для анізотропних AO взаємодій з поперечними AX v_{32} та v_{12} відповідно; при цьому падаюча оптична хвиля поширювалася, відповідно, під різними кутами відносно кристалографічної осі *a* та під кутом ~ 3° відносно кристалографічної осі *c* в кристалографічній площині *ac* (Таблиця 4.3).

Таблиця 4.3. ПО коефіцієнти, КАОЯ та геометрії АО взаємодій для кристалів AgGaS₂ при $\lambda = 632,8$ нм [225].

	Напрямок поширення та		$ p_{ij} $			
Швидкість	поляризація падаючої й	M_2 ,				
АХ <i>v_{ij}</i> , м/с	дифрагованої оптичних хвиль	$10^{-15} \text{ c}^3/\text{kg}$				
	(показник заломлення)					
Ізотропна АО дифракція						
v ₁₁ =4230	$k_2, D_1, E_1(n_o)$	16,1	$ p_{11} =0,144\pm0,004$			
	$k_2, D_3, E_3 (n_e)$	0,9	$ p_{31} =0,036\pm0,005$			
	$k_3, D_1, E_1(n_o)$	16,1	$ p_{11} =0,144\pm0,004$			
	$k_3, D_2, E_2(n_o)$	1,4	$ p_{12} =0,043\pm0,005$			
v ₂₂ =4230	$k_1, D_2, E_2(n_o)$	16,1	$ p_{11} =0,144\pm0,004$			
	$k_1, D_3, E_3(n_e)$	0,9	$ p_{31} =0,036\pm0,005$			
	$k_3, D_1, E_1(n_o)$	1,4	$ p_{12} =0,043\pm0,005$			
	$k_3, D_2, E_2(n_o)$	16,1	$ p_{11} =0,144\pm0,004$			
v ₃₃ =4016	$k_1, D_2, E_2(n_o)$	0,6	$ p_{13} =0,026\pm0,003$			
	$k_1, D_3, E_3(n_e)$	35,0	$ p_{33} =0,208\pm0,011$			
	$k_2, D_1, E_1(n_o)$	0,6	$ p_{13} =0,026\pm0,003$			
	$k_2, D_3, E_1(n_e)$	35,0	$ p_{33} =0,208\pm0,011$			
Анізотропна АО дифракція						
v ₁₂ =2560	Під кутом ~3° відносно осі с в	11.0	$ p_{66} =0,053\pm0,003$			
	площині <i>ac</i> , <i>D</i> ₁ , <i>E</i> ₂ (<i>n</i> = 2,5506; <i>n</i> _o)	11,0				
v ₃₂ =2264	Під різними кутами відносно осі а	< 0.02	<i>p</i> ₄₄ <0,003			
	в площині <i>ac</i> , <i>D</i> ₃ , <i>E</i> ₂ (<i>n_e</i> ; <i>n_o</i>)	~0,02				

Як можна бачити, ПО коефіцієнти та КАОЯ для кристалів AgGaS₂ є відносно малими – максимальне значення КАОЯ не перевищує $35,0 \times 10^{-15}$ с³/кг (Таблиця 4.3). Крім того, експериментальні дослідження анізотропної АО дифракції показують, що ПО коефіцієнт p_{44} є настільки малим, що відповідна АО дифракція не може бути виявлена.

Нехтуючи дисперсією ПО коефіцієнтів та враховуючи дисперсію показників заломлення, можна оцінити КАОЯ на довжині хвилі ізотропної точки $\lambda_i = 497,4$ нм для тих типів АО дифракції, які були проаналізовані вище, за формулою (3.3), де $n_i = n_d = n_o = n_e = 2,685$. В результаті отримуємо, що КАОЯ для ізотропної АО дифракції Брегга $(p_{eff} = ((p_{11})^2 + (p_{31})^2)/2)^{1/2}$; Рисунок 4.2) є величиною порядку 10^{-14} с³/кг; КАОЯ для анізотропної АО дифракції Брегга $(p_{eff} = p_{44}/2;$ Рисунок 4.3) є величиною порядку 10^{-17} с³/кг; КАОЯ для анізотропної колінеарної АО дифракції $(p_{eff} = (p_{44} - p_{66})/4 \approx -p_{66}/4;$ Рисунок 4.4) є величиною порядку 10^{-15} с³/кг.

4.2. Вплив циркулярної поляризації оптичних хвиль на ефективність акустооптичної дифракції в кристалах AgGaS₂

Аналіз анізотропії швидкостей AX у кристалах AgGaS₂ був здійснений з використанням коефіцієнтів жорсткості C_{ij} (Таблиця 4.1). Використовуючи рівняння Крістоффеля (3.30) [16] та значення густини $\rho = 4700$ кг/м³ для кристалів AgGaS₂ [227], були отримані перерізи поверхонь швидкостей AX головними кристалографічними площинами *ac* (*bc*) та *ab* (Рисунок 4.5).

Як можна бачити, швидкості QT AX з ортогональними поляризаціями рівні між собою вздовж напрямків акустичних осей (Рисунок 4.6), одна з яких (AA1) паралельна кристалографічній осі c, а чотири інші лежать у кристалографічній площині ab під кутами 72° (AA2), 18° (AA3), 162° (AA4) та 108° (AA5) відносно кристалографічної осі a.



Рисунок 4.5. Перерізи поверхонь швидкостей АХ площинами *ac* (*bc*) (a) та *ab* (б) для кристалів AgGaS₂: АА – акустичні осі [228].



Рисунок 4.6. Схематичний вигляд поверхонь швидкостей АХ для кристалів AgGaS₂: двосторонні стрілки – поляризації власних АХ; АА – акустичні осі [228].

Кути орієнтації вектора зміщення QL AX ζ_i в кристалах AgGaS₂, аналогічно до кристалів Li₂B₄O₇, α -TeO₂ та TlInSe₂, визначалися зі співвідношень (3.84) та (3.85). Слід нагадати, що зауваження щодо позначень в таких формулах та їхнього застосування у випадку QT AX викладені у параграфі 3.2.2.

Кути зносу АХ Δ_i для кристалів AgGaS₂ розраховувалися за загальною формулою (3.88). При цьому максимальні значення кута зносу для QT AX становлять 39° та 36° в площинах *ac* (*bc*) та *ab* відповідно (Рисунок 4.7). Натомість для QL AX кут зносу є меншим – його максимальні значення дорівнюють 5° та 10° в площинах *ac* (*bc*) та *ab* відповідно.



Рисунок 4.7. Залежності $\Delta_i = \Delta_i(\theta_i)$ у площинах *ac* (*bc*) (a) та *ab* (б) для кристалів AgGaS₂ [228].

Як можна бачити, кути неортогональності AX η_i (3.83) в кристалах AgGaS₂ є відносно малими – їхні екстремальні значення не перевищують 8° (Рисунок 4.8). Тому для подальшого аналізу впливу циркулярної поляризації оптичних хвиль на ефективність акустооптичної дифракції в цих кристалах можна застосувати наближення чистих станів поляризації власних AX.



Рисунок 4.8. Залежності $\eta_i = \eta_i(\theta_i)$ у площинах *ac* (*bc*) (a) та *ab* (б) для кристалів AgGaS₂ [228].

За вищевказаного наближення можна отримати наступні співвідношення для ЕПОК у випадку колінеарних АО взаємодій за участю циркулярнополяризованих оптичних хвиль та власних АХ [11, 184, 225]:

$$p_{eff}^{\text{QL}} = -0,25(2p_{12} - 2p_{11} + p_{66})\cos 2\varphi \sin 2\varphi \sin \phi \cos^2 \phi, \qquad (4.19)$$

$$p_{eff}^{QT_1} = -0.5(2p_{12} - 2p_{11} + p_{66})\cos 2\varphi \sin 2\varphi \cos \phi \sin^2 \phi, \qquad (4.20)$$

$$p_{eff}^{\text{QT}_2} = 0,5(0,5(p_{66}\cos^2 2\varphi - p_{44}) + (p_{11} - p_{12})\sin^2 2\varphi)\sin 2\phi.$$
(4.21)

де *φ* та *φ* – відповідно полярний та азимутальний кути хвильового вектора АХ відносно декартової системи координат *abc*.

Як можна бачити зі співвідношень (4.19), (4.20) та (4.21), у головній кристалографічній площині *ab*, для якої $\phi = 90^{\circ}$, усі ці ЕПОК дорівнюють нулю, що унеможливлює колінеарні АО взаємодії в цій кристалографічній площині. В свою чергу, в кристалографічній площині *ac* (*bc*), для якої $\phi = 0^{\circ}$ (90°), колінеарні АО взаємодії з QL AX та QT₁ AX є неможливими з тієї ж самої причини, однак для колінеарної АО взаємодії з QT₂ AX

$$p_{eff}^{\text{QT}_2} = 0,25(p_{66} - p_{44})\sin 2\phi \approx 0,25p_{66}\sin 2\theta, \qquad (4.22)$$

враховуючи те, що $\phi = 90^{\circ} - \theta$, $p_{44} \approx 0$ та $p_{66} = 0.053$ [225].

Як можна бачити, максимум ЕПОК досягається, коли взаємодіючі хвилі поширюються під кутами $\theta = 45^{\circ}$, 135°, 225°, 315° відносно осі *a* (*b*) в площині *ac* (*bc*) (Рисунок 4.9). Натомість анізотропія оберненого куба швидкості QT₂ AX в площині *ac* (*bc*) помітно не виражена (Рисунок 4.10).



Рисунок 4.9. Залежності ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ для колінеарної АО взаємодії з QT₂ AX у площині *ac* (*bc*) кристалів AgGaS₂ [228].



Рисунок 4.10. Залежність оберненого куба швидкості $QT_2 AX$ від кута θ у площині *ac* (*bc*) для кристалів AgGaS₂ [228].

Таким чином, анізотропія КАОЯ у випадку колінеарної АО взаємодії з QT₂ AX у площині *ac* (*bc*) зумовлена насамперед анізотропією ЕПОК. Як можна бачити, КАОЯ досягає максимального значення ($0,9 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$) при $\theta = 48^\circ$, 132°, 228°, 312° (Рисунок 4.9). При цьому різниця в ± 3° між відповідними кутами максимальних значень КАОЯ та ЕПОК викликана анізотропією швидкості QT₂ AX.

Проаналізуємо залежність частоти АХ Ф від кута θ , що задовольняє умови фазового синхронізму хвильових векторів падаючої правої циркулярнополяризованої оптичної хвилі $\mathbf{k}_{\mathbf{R}}$, дифрагованої лівої циркулярно-поляризованої оптичної хвилі $\mathbf{k}_{\mathbf{L}}$ та QT₂ AX **K** ($\mathbf{k}_{\mathbf{L}} = \mathbf{k}_{\mathbf{R}} + \mathbf{K}$) у випадку колінеарної AO дифракції в кристалографічній площині *ac* (*bc*) (Рисунок 4.11). Як можна бачити, частота AX Ф змінюється від 7,4×10⁶ Гц до нуля, коли напрямок поширення взаємодіючих хвиль θ змінюється від 0° (вздовж кристалографічної осі *a* (*b*)) до 90° (вздовж кристалографічної осі *c*). При цьому слід зазначити, що AO взаємодії не можуть бути реалізовані при $\theta = 90^\circ$ з огляду на відсутність циркулярного двозаломлення. З іншого боку, при $\theta = 0^\circ$ ЕПОК дорівнює нулю, що, як вже зазначалося, унеможливлює колінеарні АО взаємодії в площині *ab*. Й, нарешті, частота АХ Φ дорівнює 3,1×10⁶ Гц при θ = 48°, що відповідає максимуму КАОЯ.



Рисунок 4.11. Залежність частоти АХ Φ від кута θ у випадку колінеарної АО дифракції за участю циркулярно-поляризованих оптичних хвиль та QT₂ AX в кристалографічній площині *ac* (*bc*) кристалів AgGaS₂ за умови $\mathbf{k_L} = \mathbf{k_R} + \mathbf{K}$ [228].

Висновки до Розділу 4

1. Аналіз АО взаємодії в оптично активних кристалах AgGaS₂ на довжині оптичної хвилі $\lambda_i = 497,4$ нм, в якій показники заломлення звичайної та незвичайної оптичних хвиль рівні між собою (на довжині хвилі ізотропної точки), показав, що за умови врахування циркулярного двозаломлення, викликаного оптичною активністю, в цих кристалах можна виділити два типи АО дифракції: ізотропну та анізотропну. Ізотропна АО дифракція являє собою АО дифракцію за участю циркулярно-поляризованих оптичних власних хвиль з однаковими знаками обертань їхніх векторів напруженості електричного поля, в свою чергу, для анізотропної АО дифракції ці знаки є протилежними. При

цьому було отримано співвідношення для ЕПОК у випадку вищевказаних типів АО дифракції, а також встановлено, що при анізотропній АО дифракції фаза дифрагованої оптичної хвилі зсувається на – 90° відносно фази падаючої оптичної хвилі, тоді як при ізотропній АО дифракції фазовий зсув між падаючою та дифрагованою оптичними хвилями дорівнює нулю.

2. Використовуючи результати експериментальних досліджень ПО властивостей кристалів AgGaS₂, величину КАОЯ було оцінено для низки випадків АО взаємодії за участю циркулярно-поляризованих оптичних власних хвиль на довжині хвилі ізотропної точки. В результаті було виявлено, що достатньо малі значення ПО коефіцієнтів в цих кристалах призводять до малих значень КАОЯ – а отже, й до низької ефективності АО дифракції.

3. Аналіз анізотропії швидкостей AX кристалів AgGaS₂ показав, що ці кристали мають п'ять акустичних осей (напрямків рівності швидкостей QT₁ AX та QT₂ AX), одна з яких паралельна кристалографічній осі c, а чотири інші лежать у кристалографічній площині ab. Для кристалів AgGaS₂ кут зносу власних AX є достатньо великим — він досягає значення 36° в головних кристалографічних площинах. Натомість кут неортогональності поляризацій власних AX для кристалів AgGaS₂ не перевищує 8° в цих площинах, що дозволяє проводити аналіз анізотропії КАОЯ в наближенні чистих станів поляризації власних AX.

4. В результаті розгляду часткового випадку колінеарної АО дифракції за участю циркулярно-поляризованих оптичних власних хвиль на довжині хвилі ізотропної точки $\lambda_i = 497,4$ нм в кристалах AgGaS₂ було виявлено, що анізотропія КАОЯ в кристалографічній площині *ac* (*bc*) зумовлена насамперед анізотропією ЕПОК. При цьому максимальне значення КАОЯ (0,9×10⁻¹⁵ c³/кг) досягається за умови поширення взаємодіючих хвиль під кутами $\theta = 48^\circ$, 132°, 228°, 312° відносно кристалографічної осі *a* (*b*).

РОЗДІЛ 5. АКУСТООПТИЧНА ВЗАЄМОДІЯ З ВРАХУВАННЯМ ЕЛІПТИЧНОСТІ ОПТИЧНИХ ВЛАСНИХ ХВИЛЬ

У Розділі 4 було продемонстровано, що у випадку, коли оптичні власні хвилі поляризовані циркулярно через наявність оптичної активності, відповідну АО дифракцію можна розглядати як окремий тип АО взаємодії між оптичними власними хвилями та власними АХ. Причому кількість принципово різних типів АО взаємодій для випадку циркулярно-поляризованих оптичних хвиль зменшується з 9 до 6 – тобто, співвідношення для ЕПОК є однаковими для правої та лівої циркулярно-поляризованих оптичних хвиль, які приймають участь в ізотропній АО дифракції [229].

Як вже відзначалося, врахування оптичної активності в одному з найбільш ефективних АО матеріалів, кристалі парателуриту α -TeO₂, призводить до збільшення КАОЯ від (600–800)×10⁻¹⁵ с³/кг для лінійно-поляризованих оптичних хвиль до 1200×10⁻¹⁵ с³/кг для циркулярно-поляризованих оптичних хвиль у випадку, коли падаюча та дифрагована оптичні хвилі поширюються в околі оптичної осі [13]. В свою чергу, у роботі [14] було встановлено, що ефективність АО дифракції в оптично активних двовісних кристалах α -HIO₃ значно зростає, коли падаюча та дифрагована оптичні хвилі поширюються вздовж напрямків, близьких до однієї з оптичних осей.

У роботі [187] була розглянута анізотропія КАОЯ в площині XZ для кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ без врахування оптичної активності, зумовленої спонтанною електрогірацією, та п'єзоелектричного внеску у швидкість АХ. В свою чергу, в роботі [229] АО взаємодії в кристалах Pb₅Ge₃O₁₁ аналізувалися для випадку поширення падаючої оптичної хвилі під настільки малими кутами відносно оптичної осі, щоб дифрагована оптична хвиля поширювалася строго вздовж оптичної осі. При цьому в роботі [229] було висунуто припущення, що еліптичність падаючої оптичної хвилі дорівнює одиниці, хоча така умова може й не виконуватися у тій чи іншій практичній ситуації.

З огляду на вищевикладене виникають наступні питання, які будуть вирішуватися при дослідженні кристалів α-SiO₂, Pb₅Ge₃O₁₁ та KH₂PO₄:

 Чи може врахування еліптичності взаємодіючих оптичних власних хвиль змінити величину ЕПОК?

Чи може врахування оптичної активності підвищити ефективність АО дифракції для всіх типів ізотропних та анізотропних АО взаємодій?

– Чи відбувається збільшення КАОЯ у випадку, коли оптична активність в кристалах індукується тими чи іншими зовнішніми впливами (зокрема, зовнішнім магнітним полем)?

5.1. Кристали α-SiO₂

Кварц SiO₂ є добре відомим матеріалом, який використовується в оптиці та оптоелектроніці завдяки широкому діапазону прозорості, високій оптичній однорідності, високому порогу оптичного пошкодження та низькому тепловому розширенню [230]. З плавленого кварцу виготовляють різноманітні оптичні елементи, такі як клини, призми, вікна, лінзи тощо. Натомість кристалічний кварц є одним з перших відкритих та одним з найбільш ефективних кристалічних п'єзоелектричних матеріалів, який знаходить своє застосування в широкому діапазоні пристроїв, таких як п'єзоелектричні резонатори [231], осцилятори [232], кварцові годинники [233] тощо.

До АО пристроїв, виготовлених на основі кристалів SiO₂, належать, зокрема, об'ємні та інтегровані АО модулятори [234, 235], а також керовані АО фільтри [236]. Слід відзначити, що кристали SiO₂ мають достатньо низький КАОЯ – так, зокрема, він становить $(1,48-2,38)\times10^{-15}$ с³/кг для випадку АО взаємодії за участю поздовжніх АХ, що пов'язане з високими швидкостями цих АХ, які складають приблизно 6000 м/с [46]. З іншого боку, саме високі швидкості АХ є перевагою для АО пристроїв, оскільки це дозволяє забезпечити їхню високу швидкодію, яка, наприклад, є одним з найважливіших параметрів для лазерів з АО модуляцією добротності [237]. Таким чином, пошук можливих

шляхів збільшення величини КАОЯ в кристалах SiO₂ є доцільним та актуальним завданням.

Кристали α-SiO₂ (низькотемпературна поліморфна модифікація) належать до точкової групи симетрії 32 та можуть існувати у двох енантіоморфних модифікаціях, які відрізняються знаком оптичної активності. Оптична активність кристалів α-SiO₂ становить 1,88×10⁴ °/м при λ = 632,8 мм [238]. При цьому ненульові компоненти тензора гірації **g** правообертових кристалів α-SiO₂ g_{33} та g_{11} при λ = 632,8 мм дорівнюють відповідно (10,06±0,07)×10⁻⁵ та – (4,8±0,5)×10⁻⁵ [239]. Звичайний (n_o) та незвичайний (n_e) показники заломлення кристалів α-SiO₂ становлять відповідно 1,543 та 1,552 [46]. Густина кристалів α-SiO₂ ρ дорівнює 2649 кг/м³. Таблиця 5.1 містить інші параметри кристалів α-SiO₂, необхідні для проведення подальших досліджень; при цьому припускається, що дисперсією ПО коефіцієнтів в спектральному діапазоні 589,3–632,8 нм можна знехтувати.

Таблиця 5.1. ПО коефіцієнти p_{ij} (λ = 589,3 нм) та коефіцієнти жорсткості C_{ij} для кристалів α -SiO₂ [240, 241].

ij	11	12	13	31	33	14	41	44
p_{ij}	0,16	0,27	0,27	0,29	0,10	-0,03	-0,047	-0,079
ij	11	33	12	13	44	66	14	_
$C_{ij}, 10^{10} \Pi a$	8,7486	10,72	0,6244	1,191	5,798	4,0626	-1,809	

Кристалофізична система координат XYZ для кристалів α -SiO₂ обирається таким чином, щоб головні осі X та Z еліпсоїда оптичної індикатриси були паралельні осям симетрії кристалу другого та третього порядку відповідно, а вісь Y була перпендикулярною до площини XZ.

У подальшому аналізі буде розглядатися АО взаємодія між оптичними хвилями та QL AX або QT AX в площині YZ. Зауважимо, що в площині YZ, на відміну від площини XZ, власні вектори тензора Крістоффеля обертаються лише навколо осі X, а власні значення тензора Крістоффеля можна отримати аналітично. В свою чергу, розгляд АО взаємодії в площині XY є недоцільним для цього аналізу, оскільки еліптичність оптичних власних хвиль у цій площині є занадто малою, хоча КАОЯ у випадку ізотропної АО взаємодії QL AX з n_e поляризованою оптичною хвилею в площині XY й досягає глобального максимуму (2,38×10⁻¹⁵ c³/кг [46]).

За вищевказаних умов співвідношення (1.6) для еліптичності оптичних власних хвиль та співвідношення (1.7) для скалярного параметра гірації записуються, відповідно, як

$$\chi(\phi) = \frac{n_o^2 - n_e'^2 - ((n_o^2 - n_e'^2)^2 + 4G^2(\phi))^{1/2}}{2G(\phi)} \approx \frac{G(\phi)}{n_o^2 - n_e'^2}$$
(5.1)

та

$$G(\phi) = g_{33} \cos^2 \phi + g_{11} \sin^2 \phi, \qquad (5.2)$$

де

$$n'_{e} = \left(\frac{n_{o}^{2} n_{e}^{2}}{n_{e}^{2} \cos^{2} \phi + n_{o}^{2} \sin^{2} \phi}\right)^{1/2},$$
(5.3)

 ϕ – кут між напрямком поширення падаючої оптичної хвилі та віссю Z в площині YZ. Кут між падаючою та дифрагованою оптичними хвилями приймається достатньо малим (0,2°) при куті Брегга θ_B , рівному 0,1°. Тоді кут θ між напрямком хвильового вектора AX та віссю Y в площині YZ пов'язаний з кутом ϕ співвідношенням

$$\phi = \theta + \theta_B. \tag{5.4}$$

Частота АХ Φ у випадку QL АХ для $\theta_B = 0,1^\circ$ та швидкості АХ $v_{22} = 6022$ м/с дорівнює 49,8×10⁶ Гц. Натомість у випадку QT АХ для

швидкостей АХ v_{23} та v_{21} за інших рівних умов Φ дорівнює, відповідно, $35,7 \times 10^6$ Гц та $32,7 \times 10^6$ Гц.

Швидкості АХ, отримані з використанням рівняння Крістоффеля (3.30), можуть бути записані як [242]:

$$v_{22}^{\text{QL}} = ((C_{11} + C_{44})\cos^2\theta + (C_{44} + C_{33})\sin^2\theta - C_{14}\sin 2\theta + \\ + (((C_{11} - C_{44})\cos^2\theta + (C_{44} - C_{33})\sin^2\theta - C_{14}\sin 2\theta)^2 + \\ + ((C_{13} + C_{44})\sin 2\theta - 2C_{14}\cos^2\theta)^2)^{1/2})^{1/2} / (2\rho)^{1/2},$$
(5.5)

$$v_{23}^{QT_1} = ((C_{11} + C_{44})\cos^2\theta + (C_{44} + C_{33})\sin^2\theta - C_{14}\sin 2\theta - (((C_{11} - C_{44})\cos^2\theta + (C_{44} - C_{33})\sin^2\theta - C_{14}\sin 2\theta)^2 + ((C_{13} + C_{44})\sin 2\theta - 2C_{14}\cos^2\theta)^2)^{1/2})^{1/2} / (2\rho)^{1/2},$$
(5.6)

$$v_{21}^{\text{QT}_2} = (C_{66}\cos^2\theta + C_{44}\sin^2\theta + C_{14}\sin2\theta)^{1/2} / (\rho)^{1/2}.$$
 (5.7)

Для кристалів точкової групи симетрії 32 кут орієнтації вектора зміщення QL AX ζ_1 , розрахований з використанням тензора Крістоффеля (3.31), дорівнює

$$\zeta_1 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{(C_{13} + C_{44}) \sin 2\theta - 2C_{14} \cos^2 \theta}{(C_{11} - C_{44}) \cos^2 \theta + (C_{44} - C_{33}) \sin^2 \theta - C_{14} \sin 2\theta};$$
(5.8)

причому зауваження щодо позначень в таких формулах та їхнього застосування у випадку QT AX викладені у параграфі 3.2.2.

Слід зауважити, що при виведенні аналітичних виразів для ЕПОК в кристалах α -SiO₂ буде використовуватися параметр $\mu_1(\theta) = \theta - \zeta_1(\theta)$, який характеризує неортогональність поляризацій власних АХ, подібно до параметру $\eta(\theta)$ (3.83), та визначає кут повороту власної системи координат тензора Крістоффеля навколо осі *X*. При цьому в аналізованому випадку QT₂ АХ являє собою PT₂ AX

Співвідношення для ЕПОК для типів І та II АО взаємодії в кристалах α-SiO₂ є наступними [242]:

$$(p_{eff}^{(1)})^{2} = (p_{12}\cos\theta\cos\mu_{1} + p_{13}\sin\theta\sin\mu_{1})^{2} + \chi^{2} \times \\ \times [(p_{11}\cos\theta\cos\mu_{1} + p_{13}\sin\theta\sin\mu_{1} - p_{14}\sin(\mu_{1} + \theta))^{2}\cos^{4}\theta + \\ + (p_{31}\cos\theta\cos\mu_{1} + p_{33}\sin\theta\sin\mu_{1})^{2}\sin^{4}\theta + 0.5p_{44}^{2} \times \\ \times \sin^{2}(\mu_{1} + \theta)\sin^{2}2\theta + p_{44}(p_{11}\cos\theta\cos\mu_{1} + p_{13}\sin\theta\sin\mu_{1} - \\ - p_{14}\sin(\mu_{1} + \theta))\sin(\mu_{1} + \theta)\sin2\theta\cos^{2}\theta + p_{44}\sin(\mu_{1} + \theta) \times \\ \times (p_{31}\cos\theta\cos\mu_{1} + p_{33}\sin\theta\sin\mu_{1})\sin2\theta\sin^{2}\theta],$$
(5.9)

$$(p_{eff}^{(II)})^{2} = ((p_{11}\cos\theta\cos\mu_{1} + p_{13}\sin\theta\sin\mu_{1} - p_{14}\sin(\mu_{1} + \theta))^{2} \times \\ \times \cos^{2}\theta + (p_{44}\sin(\mu_{1} + \theta) - p_{41}\cos\theta\cos\mu_{1})^{2}\sin^{2}\theta) \times \\ \times \cos^{2}(\theta_{B} + \theta) + ((p_{11}\cos\theta\cos\mu_{1} + p_{13}\sin\theta\sin\mu_{1} - \\ -p_{14}\sin(\mu_{1} + \theta))\cos^{2}\theta + (p_{31}\cos\theta\cos\mu_{1} + p_{33}\sin\theta\sin\mu_{1}) \times \\ \times \sin^{2}\theta)(p_{44}\sin(\mu_{1} + \theta) - p_{41}\cos\theta\cos\mu_{1})\sin 2(\theta_{B} + \theta) + \\ + ((p_{44}\sin(\mu_{1} + \theta) - p_{41}\cos\theta\cos\mu_{1})^{2}\cos^{2}\theta + \\ + (p_{31}\cos\theta\cos\mu_{1} + p_{33}\sin\theta\sin\mu_{1})^{2}\sin^{2}\theta)\sin^{2}(\theta_{B} + \theta) + \\ + \chi^{2}[p_{12}\cos\theta\cos\mu_{1} + p_{13}\sin\theta\sin\mu_{1} + p_{14}\sin(\mu_{1} + \theta)]^{2}.$$
(5.10)

Натомість для типів III та IV AO взаємодії в кристалах α-SiO₂ співвідношення для ЕПОК записуються наступним чином [242]:

$$(p_{eff}^{(\text{III})})^{2} = (p_{13}\sin\theta\cos\mu_{1} - p_{12}\cos\theta\sin\mu_{1} + p_{14}\cos(\mu_{1} + \theta))^{2} + \\ + \chi^{2}[(p_{13}\sin\theta\cos\mu_{1} - p_{11}\cos\theta\sin\mu_{1} - p_{14}\cos(\mu_{1} + \theta))^{2}\cos^{4}\theta + \\ + (p_{33}\sin\theta\cos\mu_{1} - p_{31}\cos\theta\sin\mu_{1})^{2}\sin^{4}\theta + 0.5(p_{41}\sin\theta\cos\mu_{1} + \\ + p_{44}\cos(\mu_{1} + \theta))^{2}\sin^{2}2\theta + (p_{13}\sin\theta\cos\mu_{1} - p_{11}\cos\theta\sin\mu_{1} - \\ - p_{14}\cos(\mu_{1} + \theta))(p_{41}\sin\theta\cos\mu_{1} + p_{44}\cos(\mu_{1} + \theta)) \times \\ \times \sin 2\theta\cos^{2}\theta + (p_{41}\sin\theta\cos\mu_{1} + p_{44}\cos(\mu_{1} + \theta)) \times \\ \times (p_{33}\sin\theta\cos\mu_{1} - p_{31}\cos\theta\sin\mu_{1})\sin 2\theta\sin^{2}\theta],$$
(5.11)

$$(p_{eff}^{(IV)})^{2} = ((p_{13}\sin\theta\cos\mu_{1} - p_{11}\cos\theta\sin\mu_{1} - p_{14}\cos(\mu_{1} + \theta))^{2} \times \\ \times \cos^{2}\theta + (p_{44}\cos(\mu_{1} + \theta) + p_{41}\cos\theta\sin\mu_{1})^{2}\sin^{2}\theta) \times \\ \times \cos^{2}(\theta_{B} + \theta) + ((p_{13}\sin\theta\cos\mu_{1} - p_{11}\cos\theta\sin\mu_{1} - \\ -p_{14}\cos(\mu_{1} + \theta))\cos^{2}\theta + (p_{33}\sin\theta\cos\mu_{1} - p_{31}\cos\theta\sin\mu_{1}) \times \\ \times \sin^{2}\theta)(p_{44}\cos(\mu_{1} + \theta) + p_{41}\cos\theta\sin\mu_{1})\sin 2(\theta_{B} + \theta) + \\ + (p_{13}\sin\theta\cos\mu_{1} - p_{12}\cos\theta\sin\mu_{1} + p_{14}\cos(\mu_{1} + \theta))^{2} + \\ + \chi^{2}[((p_{44}\cos(\mu_{1} + \theta) + p_{41}\cos\theta\sin\mu_{1})^{2}\cos^{2}\theta + \\ + (p_{33}\sin\theta\cos\mu_{1} - p_{31}\cos\theta\sin\mu_{1})^{2}\sin^{2}\theta)\sin^{2}(\theta_{B} + \theta)].$$
(5.12)

Й, нарешті, співвідношення для ЕПОК для типів V та VI AO взаємодії в кристалах α-SiO₂ можна представити як [242]

$$(p_{eff}^{(V)})^2 = p_{14}^2 \sin^2 \theta + 0.25 \chi^2 [(p_{44}^2 \sin^2 \theta - p_{14}^2 \cos^2 \theta) \sin^2 2\theta - p_{14} p_{44} \sin^3 2\theta],$$
(5.13)

$$(p_{eff}^{(VI)})^{2} = (p_{44}^{2} \sin^{4} \theta - 0, 25 p_{14}^{2} \sin^{2} 2\theta) \times \\ \times \cos^{2}(\theta_{B} + \theta) + 0, 25 p_{44}(p_{44} \sin^{2}(\theta_{B} + \theta) - (5.14)) \\ - p_{14} \sin 2(\theta_{B} + \theta)) \sin^{2} 2\theta + \chi^{2} p_{14}^{2} \sin^{2} \theta.$$

Аналізуючи перерізи поверхонь швидкостей AX для кристалів α -SiO₂ головними площинами кристалофізичної системи координат *XYZ* (Рисунок 5.1, Рисунок 5.2), можна побачити, що акустична вісь цих кристалів паралельна осі Z – тобто, вздовж неї з однаковою швидкістю поширюються QT AX з ортогональними поляризаціями. Ця акустична вісь зумовлена симетрією кристалу α -SiO₂ [16]. Натомість різниця швидкостей QT AX з ортогональними поляризаціями при поширенні під кутами 33° та 147° до осі X в площині XZ становить близько 156 м/с, а при поширенні під кутом 157° до осі Y в площині YZ – близько 20 м/с, з огляду на що ці напрямки не можна віднести до акустичних осей. Й, нарешті, у площині XY акустичні осі не реалізуються.



Рисунок 5.1. Перерізи поверхонь швидкостей АХ площинами XZ (а) та YZ (б) для кристалів α-SiO₂ [242].



Рисунок 5.2. Переріз поверхонь швидкостей АХ площиною *XY* для кристалів α-SiO₂ [242].

Розглядаючи залежність $\mu_1 = \mu_1(\theta)$ в площині *YZ* для кристалів α-SiO₂ (Рисунок 5.3), можна побачити, що кут μ_1 дорівнює нулю, коли $\theta = 40,5^\circ$; 90,0°; 107,5°; 162,0°. Натомість при $\theta = 150^\circ$ спостерігається максимум кута μ_1 (20,0°), а при $\theta = 175^\circ$ – його мінімум (–26,3°).



Рисунок 5.3. Залежність $\mu_1 = \mu_1(\theta)$ у площині *YZ* для кристалів α -SiO₂ [242].

Для типів I–IV АО взаємодії ЕПОК та КАОЯ пікоподібно зростають при поширенні падаючої та дифрагованої оптичних хвиль в околі оптичної осі за рахунок врахування еліптичності оптичних власних хвиль, зумовленої природною оптичною активністю. Такі напрямки поширення оптичних хвиль відповідають напрямку поширення АХ, майже паралельному осі $Y (\theta \approx 0^\circ)$. При цьому для оцінки піку КАОЯ вводиться параметр ШНВ піку КАОЯ, під якою розуміється різниця між двома значеннями кутів θ у певному визначеному піку, для яких приріст КАОЯ дорівнює половині пікового приросту КАОЯ.

Так, для типу I АО взаємодії (Рисунок 5.4) ЕПОК зростає з 0,23 до 0,28, що призводить до збільшення КАОЯ з $1,08 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$ до $1,58 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$. При цьому ШНВ піку КАОЯ приблизно дорівнює 4°.



Рисунок 5.4. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута *θ* для типу І АО взаємодії в площині *YZ* кристалів α-SiO₂ [242].

Натомість для типу II АО взаємодії (Рисунок 5.5) ЕПОК зростає від 0,16 до 0,28, що призводить до збільшення КАОЯ з $0,50 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ до $1,58 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$. При цьому ШНВ піку КАОЯ приблизно дорівнює 4°.

Для типів III та IV АО взаємодії також спостерігається збільшення ЕПОК та КАОЯ за рахунок врахування еліптичності оптичних власних хвиль. Так, зокрема, для типу III АО взаємодії (Рисунок 5.6) КАОЯ зростає з $1,12\times10^{-15}$ с³/кг до $1,22\times10^{-15}$ с³/кг; при цьому ШНВ піку КАОЯ приблизно дорівнює 4°. В свою чергу, для типу IV АО взаємодії (Рисунок 5.7) збільшення ЕОПК та КАОЯ за рахунок врахування еліптичності оптичних власних хвиль є ще більш суттєвим. Й дійсно, для типу IV АО взаємодії КАОЯ підвищується більш ніж на порядок (а саме, з $9,6\times10^{-17}$ с³/кг до $1,22\times10^{-15}$ с³/кг); при цьому ШНВ піку КАОЯ приблизно дорівнює 4°.



Рисунок 5.5. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута *θ* для типу II АО взаємодії в площині *YZ* кристалів α-SiO₂ [242].



Рисунок 5.6. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута *θ* для типу ІІІ АО взаємодії в площині *YZ* кристалів α-SiO₂ [242].



Рисунок 5.7. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута *θ* для типу IV АО взаємодії в площині *YZ* кристалів α-SiO₂ [242].

Для типів V (Рисунок 5.8) та VI (Рисунок 5.9) АО взаємодії збільшення ЕПОК та КАОЯ за рахунок врахування еліптичності оптичних власних хвиль не спостерігається. Причому з рівнянь (5.13) та (5.14) можна побачити, що при $\theta = 0^{\circ}$ ЕПОК для цих типів АО взаємодії дорівнюють нулю.

Аналізуючи залежність приросту КАОЯ від частоти АХ Φ в кристалах α -SiO₂ на прикладі типу II АО взаємодії (Рисунок 5.10), можна побачити, що зі збільшенням частоти АХ Φ з 49,8×10⁶ Гц до 10⁹ Гц пік приросту КАОЯ зміщується приблизно на 3°. При цьому його висота зростає з 1,08×10⁻¹⁵ с³/кг до 1,13×10⁻¹⁵ с³/кг. Зазначений кутовий зсув пов'язаний із залежностями незвичайного показника заломлення n'_e (5.3), еліптичності оптичних власних хвиль χ (5.1) та ЕПОК p_{eff} (5.10) від кута Брегга θ_B , який, в свою чергу, залежить від частоти АХ Φ .



Рисунок 5.8. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута *θ* для типу V АО взаємодії в площині *YZ* кристалів α-SiO₂ [242].



Рисунок 5.9. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута *θ* для типу VI АО взаємодії в площині *YZ* кристалів α-SiO₂ [242].


Рисунок 5.10. Залежності приросту КАОЯ від кута θ для типу II АО взаємодії в площині *YZ* кристалів α -SiO₂ при різних частотах АХ Φ [242].

Слід зауважити, що, з огляду на співвідношення (5.4), для кута θ , який дорівнює половині ШНВ піку КАОЯ (тобто, становить близько 2°), та при $\theta_B > 0,1^\circ$ кут ϕ є меншим, ніж 1,9°, й при такому малому куті падіння відносно осі Z еліптичність оптичної власної хвилі (5.1) є більшою за 0,96. Це означає, що немає необхідності зрівнювати поляризацію падаючої оптичної хвилі з поляризацією еліптично-поляризованої власної оптичної хвилі – замість цього можна використовувати падаючу циркулярно-поляризовану оптичну хвилю.

Таким чином, результати проведеного аналізу демонструють, що ефективність АО дифракції при взаємодії з еліптично-поляризованими (або циркулярно-поляризованими) оптичними хвилями в кристалах α -SiO₂ може бути збільшена. Так, наприклад, при типі II АО взаємодії досягнення тієї ж самої величини ефективності АО дифракції η , з огляду на співвідношення (3.4), можна забезпечити при втричі меншому значенні потужності АХ P_a за інших рівних умов.

Крім того, було виявлено нову перспективну геометрію АО взаємодії в кристалах α -SiO₂, яка зумовлена врахуванням еліптичності оптичних власних хвиль. Нею є ізотропна АО взаємодія n_e -поляризованої оптичної хвилі з QT₁ AX (тип IV AO взаємодії), що поширюється вздовж осі *Y*. За такої геометрії AO взаємодії КАОЯ, завдяки врахуванню еліптичності оптичних власних хвиль, зростає від майже нульового значення до $1,22 \times 10^{-15} \text{ с}^3/\text{кг}$. З іншого боку, хоча КАОЯ для типів II, III та IV AO взаємодії, проаналізованих вище, й помітно зростає у разі врахування еліптичності оптичних власних хвиль, він все ж таки є меншим за значення $2,38 \times 10^{-15} \text{ с}^3/\text{кг}$, яке досягається за рахунок достатньо високого ПО коефіцієнта $p_{31} = 0,29$ в площині *XY* для ізотропної AO взаємодії n_e -поляризованої оптичної хвилі з QL AX, що поширюється вздовж осі *X* [46].

5.2. Кристали Pb5Ge3O11

Основні оптичні характеристики кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ наведені в підрозділах 1.2 та 1.3. Так, зокрема, оптична активність кристалів Pb₅Ge₃O₁₁, викликана спонтанною електрогірацією, для напрямку поширення світла, паралельного оптичній осі, становить $5,58 \times 10^3$ °/м при $\lambda = 632,8$ нм; при цьому перемикання напрямку спонтанної електричної поляризації на протилежний змінює знак оптичної активності [19]. Відповідні компоненти тензора гірації д для кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ дорівнюють $g_{33} = 4,16 \times 10^{-5}$ [14] та $g_{11} = 10,5 \times 10^{-5}$ при $\lambda = 632,8$ нм [243]. При цьому монодоменні кристали Pb₅Ge₃O₁₁ можуть бути як лівообертовими, так й правообертовими, оскільки їхні домени з протилежними знаками спонтанної електричної поляризації є енантіоморфними. Звичайний та незвичайний показники заломлення кристалів $Pb_5Ge_3O_{11}$ дорівнюють відповідно $n_o = 2,116$ та $n_e = 2,151$ при $\lambda = 632,8$ нм [14], а густина цих кристалів становить $\rho = 7330$ кг/м³ [244].

Як вже зазначалося у Розділі 1, максимальне значення КАОЯ, $22,2 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$, для полідоменних кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ спостерігається у випадку АО взаємодії в площині *XY* (*Z*||*c*, *X*||*a*) звичайної оптичної хвилі

 $(\lambda = 632,8 \text{ нм})$, яка поширюється в напрямку осі *Y*, з поздовжньою AX (v = 3010 м/c), яка поширюється в напрямку осі *X* [15], що відповідає типу I AO взаємодії згідно з класифікацією, яка використовується у цьому дисертаційному дослідженні.

Для дослідження впливу оптичної активності на АО взаємодію в кристалах Pb₅Ge₃O₁₁ було обрано правообертовий монодоменний кристал. В такому випадку незвичайна оптична хвиля є правою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею, а звичайна оптична хвиля – лівою циркулярно-поляризованою оптичною хвилею.

Таблиця 5.2 містить інші параметри кристалів Pb₅Ge₃O₁₁, необхідні для проведення подальшого аналізу.

Таблиця 5.2. Коефіцієнти жорсткості $(C_E)_{ij}$, ПО коефіцієнти p_{ij} $(\lambda = 632,8 \text{ нм})$ та п'єзоелектричні коефіцієнти d_{ij} для кристалів Pb₅Ge₃O₁₁.

ij	$(C_E)_{ij}, 10^{10}$ Па [245]	ij	p_{ij} [229, 246]	ij	<i>p_{ij}</i> [229, 246]	ij	<i>d_{ij}</i> , Кл/м ² [245]
11	6,84	11	0,162±0,009	16	$-0,008\pm0,001$	11	0
12	2,68	12	0,177±0,005	41	0,005±0,013	14	0
13	1,79	13	0,119±0,006	51	-0,002±0,013	15	0,08
33	9,43	31	0,136±0,016	44	$-0,025\pm0,012$	22	0,09
14	0	14	$0,005\pm0,006$	45	$-0,003\pm0,014$	31	0,61
25	0,12	15	0,011±0,002	33	0,159±0,009	33	0,77
44	2,26	11	0,162±0,009	16	$-0,008\pm0,001$	11	0
66	2,08	_	_		_		_

В монодоменному стані кристал $Pb_5Ge_3O_{11}$ є п'єзоелектриком (Таблиця 5.2), однак в полідоменному стані п'єзоелектричний ефект нівелюється, оскільки п'єзоелектричні коефіцієнти d_{ij} мають протилежні знаки в доменах з протилежною спонтанною поляризацією.

Як відомо, врахування п'єзоелектричного ефекту при поширенні АХ в кристалічному середовищі, строго кажучи, зводиться до заміни в рівнянні Крістоффеля (3.30) тензора Крістоффеля **М** (3.31) на тензор **М**+**ΔМ**, де **ΔМ** –

терм, зумовлений п'єзоелектричним ефектом [16]. Для того, щоб перевірити реальний ступінь впливу п'єзоелектричного ефекту на результати подальшого аналізу, швидкості АХ v_{ij} в кристалах Pb₅Ge₃O₁₁ були визначені експериментально ехо-імпульсним методом [180] при температурі T = 293 К (Рисунок 3.4). Вочевидь, ці експериментально отримані швидкості АХ v_{ij} містять внески, зумовлені п'єзоелектричним ефектом (Таблиця 5.3).

З одного боку, коефіцієнти жорсткості C_{ij} були розраховані з рівняння Крістоффеля (3.30), в якому фігурує тензор Крістоффеля **М** (3.31), з використанням експериментально отриманих швидкостей АХ v_{ij} . З іншого боку, коефіцієнти жорсткості C_{ij} були обчислені за відомими з роботи [245] коефіцієнтами жорсткості (C_E)_{ij} (Таблиця 5.2) як

$$C_{ij} = (C_E)_{ij} + \Delta C_{ij} = (C_E)_{ij} + \frac{d_{ik}d_{jk}}{\varepsilon_0(\varepsilon_\sigma)_k},$$
(5.15)

де $(\varepsilon_{\sigma})_k$ – діелектрична проникність у механічно незатиснутому кристалі $((\varepsilon_{\sigma})_1 = 22, (\varepsilon_{\sigma})_3 = 39)$ [247].

Таблиця 5.3. Експериментально визначені швидкості АХ v_{ij} , коефіцієнти жорсткості C_{ij} , розраховані з рівняння Крістоффеля, та внески до них, зумовлені п'єзоелектричним ефектом, ΔC_{ij} для кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ [247].

ij	<i>v_{ij}</i> , м/с	ij	<i>v_{ij}</i> , м/с	ij	$C_{ij}, 10^{10} \Pi a$	$\Delta C_{ij}, 10^{10}$ Па
11	3042±27	21	1694±5	11	6,83±0,09	0
22	3038±24	13	1773±11	12	2,80±0,09	0,004
33	3555±6	31	1729±6	13	1,71±0,52	0,005
55	3170±16	32	1729±6	33	9,34±0,03	0,170
12	1652±6	23	1736±19	14	0	0
44	2007±18	41	1766±2	25	0,14±0,08	0,003
_	_	—	—	44	2,27±0,04	0,003

Як можна бачити, всі внески ΔC_{ij} , окрім ΔC_{33} , є меншими, ніж точність розрахунку відповідних коефіцієнтів жорсткості C_{ij} з рівняння Крістоффеля

(Таблиця 5.3). В свою чергу, навіть внесок ΔC_{33} не перевищує 2 % від величини C_{ij} . З огляду на це в подальших розрахунках можуть бути використані коефіцієнти жорсткості C_{ij} (Таблиця 5.3), а також ПО коефіцієнти p_{ij} (Таблиця 5.2), в яких враховано вторинний ПО ефект, викликаний п'єзоелектричним та електрооптичним ефектами.

Оскільки кристали $Pb_5Ge_3O_{11}$ в сегнетоелектричній фазі мають найнижчу симетрію серед оптично одновісних кристалічних матеріалів (точкова група симетрії 3), вони можуть слугувати прийнятним модельним об'єктом для досліджень анізотропії КАОЯ, які будуть здійснюватися в площині *XZ*.

Кристалофізична система координат *XYZ* для кристалів $Pb_5Ge_3O_{11}$ обирається таким чином, щоб головні осі *X* та *Z* еліпсоїда оптичної індикатриси були паралельні кристалографічним напрямкам [2110] та [0001] відповідно, а вісь *Y* була перпендикулярною до площини *XZ*.

Для отримання ЕПОК в цьому дослідженні використовується метод, висвітлений у параграфі 3.2.1, який заснований на рівняннях зв'язаних хвиль для АО дифракції Брегга [2] та полягає у пошуку приростів (3.1) компонент тензора діелектричної непроникності **В**, що виникають під впливом деформацій, індукованих АХ [247].

Так, компоненти тензора деформацій, викликані QL AX, задаються формулами

$$e_{1} = \cos \zeta_{2} \cos \theta,$$

$$e_{3} = \sin \zeta_{2} \sin \theta,$$

$$e_{5} = \sin(\zeta_{2} + \theta),$$

(5.16)

де θ – кут між хвильовим вектором AX та віссю X, та ζ_2 – кут між вектором зміщення QL AX та віссю X.

В свою чергу, компоненти тензора деформацій, викликані QT AX, поляризованою у площині XZ (QT₁ AX), записуються як

$$e_{1} = -\sin \zeta_{2} \cos \theta,$$

$$e_{3} = \cos \zeta_{2} \sin \theta,$$

$$e_{5} = \cos(\zeta_{2} + \theta),$$

(5.17)

258

Й, нарешті, компоненти тензора деформацій, викликані РТ АХ, поляризованою паралельно осі *Y* (РТ₂ АХ), є наступними:

$$e_6 = \cos\theta,$$

$$e_4 = \sin\theta.$$
(5.18)

Рисунок 5.11 демонструє умови фазового синхронізму для ізотропної та анізотропної АО дифракцій в кристалах Pb₅Ge₃O₁₁.



Рисунок 5.11. Схематична векторна діаграма ізотропної (а) та анізотропної (б) АО дифракцій в кристалах $Pb_5Ge_3O_{11}$: \mathbf{k}_i , \mathbf{k}_d та \mathbf{K} – хвильові вектори відповідно падаючої оптичної хвилі, дифрагованої оптичної хвилі та АХ; k_{Lo} та k_{Re} – перерізи вказівних поверхонь хвильових векторів для лівої звичайної та правої незвичайної циркулярнополяризованих оптичних хвиль відповідно [247].

В цьому випадку еліптичність оптичних власних хвиль χ (5.1), скалярний параметр гірації G (5.2) та показник заломлення n'_e (5.3) залежать від кута ϕ між напрямком поширення падаючої оптичної хвилі та віссю Z [17, 246]. Причому, оскільки кут між падаючою та дифрагованою оптичними хвилями є достатньо малим (~ 1°), ним можна знехтувати.

Врахування еліптичності оптичних власних хвиль у випадку типу І АО взаємодії призводить до появи трьох компонент напруженості електричного поля дифрагованої оптичної хвилі, а не однієї компоненти E_2 , як у випадку нехтування еліптичністю [247]:

$$E_{1} = \varepsilon_{0}^{-1} (\chi \Delta B_{11} D_{2} \cos \theta + \chi \Delta B_{13} D_{2} \sin \theta) \cos \theta,$$

$$E_{2} = \varepsilon_{0}^{-1} (\chi \Delta B_{12} D_{2} \cos \theta + \Delta B_{22} D_{2} + \chi \Delta B_{23} D_{2} \sin \theta),$$

$$E_{3} = \varepsilon_{0}^{-1} (\chi \Delta B_{13} D_{2} \cos \theta + \chi \Delta B_{33} D_{2} \sin \theta) \sin \theta.$$
(5.19)

При цьому співвідношення для приростів (3.1) компонент тензора діелектричної непроникності **В** мають наступний вигляд:

$$\Delta B_{11} = p_{11}e_1 + p_{13}e_3 + p_{15}e_5, \ \Delta B_{12} = -p_{16}e_6 + p_{14}e_5, \Delta B_{13} = p_{51}e_1 + p_{55}e_5, \ \Delta B_{23} = p_{41}e_1 + p_{45}e_5, \Delta B_{22} = p_{21}e_1 + p_{23}e_3 + p_{25}e_5, \ \Delta B_{33} = p_{31}e_1 + p_{33}e_3.$$
(5.20)

В кінцевому рахунку ЕПОК можна отримати зі співвідношення (3.54). Вищевказані міркування справедливі також й для інших типів АО взаємодії.

Метод визначення ЕПОК, розглянутий вище, було перевірено на прикладі кристалів α -TeO₂, для яких КАОЯ у випадку циркулярно-поляризованих оптичних хвиль був визначений експериментально в роботі [13]. Так, як вже зазначалося в параграфі 3.2.2, в роботі [13] було встановлено, що для кристалів α -TeO₂ KAOЯ, який дорівнює 1200×10^{-15} с³/кг, досягається за умов анізотропної АО дифракції, коли майже циркулярно-поляризована падаюча оптична хвиля ($\chi = 0,7$) поширюється під кутом близько 1 до оптичної осі. Згідно з

класифікацією, що використовується у цьому дисертаційному дослідженні, вищевказані умови відповідають типу IX АО взаємодії.

Нехай QT₂ AX з частотою $\Phi = 22 \times 10^6$ Гц поширюється в кристалі α-TeO₂ в площині AO взаємодії X'Z, де X' – бісектриса осей X та Y. У розрахунках, окрім ПО коефіцієнтів p_{ij} та коефіцієнтів жорсткості C_{ij} (Таблиця 5.4), використовувалися показники заломлення $n_o = 2,26$ та $n_e = 2,412$ для $\lambda = 632,8$ нм [195], компоненти тензора гірації $g_{33} = -7,37 \times 10^{-4}$ та $g_{11} = -12,8 \times 10^{-4}$ [248], а також густина $\rho = 5990$ кг/м³ [191].

Таблиця 5.4. ПО коефіцієнти p_{ij} ($\lambda = 632,8$ нм) та коефіцієнти жорсткості C_{ij} для кристалів α -TeO₂ [191].

ij	11	33	44	66	12	13	31
p_{ij}	0,0074	0,24	-0,17	-0,0463	0,187	0,34	0,0905
$C_{ij}, 10^{10} \Pi a$	5,32	10,85	2,44	5,52	4,86	2,12	_

Квадрат ЕПОК для типу IX АО взаємодії в кристалах α-TeO₂ записується як [247]

$$(p_{eff}^{(IX)})^{2} = 0,25((p_{11} - p_{12})\cos\theta')^{2}\cos^{2}\varphi' + 0,5(p_{44}\sin\theta')^{2} \times \\ \times \sin^{2}\varphi' + 0,125(p_{11} - p_{12})p_{44}\sin2\theta'\sin2\varphi' + \\ + 0,5\chi^{2}[(0,5(p_{11} - p_{12})\cos\theta'\cos\varphi')^{2} + (p_{44}\sin\theta'\sin\varphi')^{2}],$$
(5.21)

де φ' – кут між напрямком поляризації падаючої оптичної хвилі та віссю X' в площині X'Z; θ' – кут між хвильовим вектором AX та віссю X' в площині X'Z.

Для залежностей квадрату ЕПОК та КАОЯ від кута θ' з врахуванням еліптичності оптичних власних хвиль ($\chi \neq 0$) спостерігаються вузькі піки, що відповідають поширенню QT₂ AX поблизу осі X' (Рисунок 5.12). Для цього випадку хвильові вектори оптичних хвиль, паралельні осі Z, майже перпендикулярні хвильовому вектору QT₂ AX. Врахування еліптичності оптичних власних хвиль збільшує КАОЯ з 673×10⁻¹⁵ до 1345×10⁻¹⁵ с³/кг. При

цьому той факт, що розрахований КАОЯ вищий за КАОЯ, експериментально визначений в роботі [13], може бути зумовлений тим, що в експерименті падаюча оптична хвиля поширювалася під малим кутом до оптичної осі (~ 1°), а не саме вздовж оптичної осі. Натомість ШНВ піку КАОЯ, зумовленого наявністю еліптичності оптичних власних хвиль, становить близько 2°.



Рисунок 5.12. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ' для типу ІХ АО взаємодії в площині *X'Z* кристалів α -TeO₂ [247].

Таким чином, величина КАОЯ, отримана для кристалів α -TeO₂ за умови взаємодії лінійно-поляризованих оптичних хвиль, та більш високе значення КАОЯ, зумовлене наявністю еліптичності оптичних власних хвиль, добре узгоджуються з експериментальними даними, отриманими в роботі [13], що свідчить про валідність застосованого методу визначення ЕПОК.

Для типу I АО взаємодії в кристалах Pb₅Ge₃O₁₁ врахування еліптичності оптичних власних хвиль призводить до підвищення як ЕПОК, так й КАОЯ (Рисунок 5.13). Так, КАОЯ збільшується майже вдвічі (з 6,8×10⁻¹⁵ с³/кг до

12,4×10⁻¹⁵ с³/кг); при цьому ШНВ піку КАОЯ становить приблизно 2. Причиною цього є зміна ЕПОК за рахунок появи додаткових компонент ПО тензора, які здійснюють свій внесок у співвідношення для ЕПОК:

$$(p_{eff}^{(1)})^{2} = (p_{12}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{13}\sin\theta\sin\zeta_{2} + p_{25}\sin(\zeta_{2} + \theta))^{2} + +0.5\chi^{2}[(p_{11}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{13}\sin\theta\sin\zeta_{2} - p_{25}\sin(\zeta_{2} + \theta))^{2} \times \times \cos^{4}\theta + (p_{31}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{33}\sin\theta\sin\zeta_{2})^{2}\sin^{4}\theta + 0.5 \times \times (p_{44}\sin(\zeta_{2} + \theta) - p_{52}\cos\theta\cos\zeta_{2})^{2}\sin^{2}2\theta + (p_{11}\cos\theta \times \times \cos\zeta_{2} + p_{13}\sin\theta\sin\zeta_{2} - p_{25}\sin(\zeta_{2} + \theta))(p_{44}\sin(\zeta_{2} + \theta) - - p_{52}\cos\theta\cos\zeta_{2})\sin2\theta\cos^{2}\theta + (p_{44}\sin(\zeta_{2} + \theta) - p_{52}\cos\theta \times \times \cos\zeta_{2})(p_{31}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{33}\sin\theta\sin\zeta_{2})\sin2\theta\sin^{2}\theta + + (p_{14}\sin(\zeta_{2} + \theta) - p_{16}\cos\theta\cos\zeta_{2})^{2}\cos^{2}\theta + (p_{41}\cos\theta\cos\zeta_{2} + + p_{45}\sin(\zeta_{2} + \theta))^{2}\sin^{2}\theta + (p_{14}\sin(\zeta_{2} + \theta) - p_{16}\cos\theta\cos\zeta_{2}) \times \times (p_{41}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{45}\sin(\zeta_{2} + \theta))\sin2\theta].$$
(5.22)



Рисунок 5.13. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ для типу І АО взаємодії в площині *XZ* кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ [247].

При цьому ними, в першу чергу, є компоненти p_{11} та p_{13} , які на два порядки вищі за такі компоненти ПО тензора, як p_{16} , p_{14} , p_{52} , p_{41} , p_{45} та p_{25} .

Зростання ЕПОК та КАОЯ при врахуванні еліптичності оптичних власних хвиль, яке відбувається при поширенні падаючої оптичної хвилі у вузькому околі оптичної осі (оскільки ШНВ піку КАОЯ дорівнює приблизно 2), спостерігається також й для типу II АО взаємодії (Рисунок 5.14).



Рисунок 5.14. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ для типу II АО взаємодії в площині XZ кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ [247].

В цьому випадку КАОЯ зростає з $5,6 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ до $12,4 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$. Як можна бачити, це збільшення є майже таким самим, як й те, що було отримане для типу І АО взаємодії. Причиною такого підвищення ефективності АО взаємодії за умови врахування еліптичності оптичних власних хвиль є зміна ЕПОК за рахунок появи додаткових компонент ПО тензора p_{16} , p_{14} , p_{41} та p_{45} , які здійснюють свій внесок у співвідношення для ЕПОК:

$$(p_{eff}^{(II)})^{2} = ((p_{11}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{13}\sin\theta\sin\zeta_{2} - p_{25} \times \\ \times \sin(\zeta_{2} + \theta))^{2}\cos^{2}\theta + (p_{44}\sin(\zeta_{2} + \theta) - p_{52}\cos\theta\cos\zeta_{2})^{2} \times \\ \times \sin^{2}\theta)\cos^{2}(\theta_{B} + \theta) + (p_{44}\sin(\zeta_{2} + \theta) - p_{52}\cos\theta\cos\zeta_{2}) \times \\ \times ((p_{11}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{13}\sin\theta\sin\zeta_{2} - p_{25}\sin(\zeta_{2} + \theta))\cos^{2}\theta + \\ + (p_{31}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{33}\sin\theta\sin\zeta_{2})\sin^{2}\theta)\sin2\theta + ((p_{44} \times \\ \times \sin(\zeta_{2} + \theta) - p_{52}\cos\theta\cos\zeta_{2})^{2}\cos^{2}\theta + (p_{31}\cos\theta\cos\zeta_{2} + \\ + p_{33}\sin\theta\sin\zeta_{2})^{2}\sin^{2}\theta)\sin^{2}(\theta_{B} + \theta) + 0.5\chi^{2} \times \\ \times [(p_{14}\sin(\zeta_{2} + \theta) - p_{16}\cos\theta\cos\zeta_{2})^{2}\cos^{2}\theta + \\ + (p_{41}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{45}\sin(\zeta_{2} + \theta))^{2}\sin^{2}\theta].$$

У випадку типу III АО взаємодії (Рисунок 5.15) КАОЯ та квадрат ЕПОК мають, відповідно, порядки $\sim 10^{-17}$ с³/кг та $\sim 10^{-5}$, коли лінійно-поляризовані оптичні хвилі поширюються в околі оптичної осі.



Рисунок 5.15. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ для типу III АО взаємодії в площині XZ кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ [247].

Натомість після врахування еліптичності оптичних власних хвиль у співвідношення для ЕПОК починають здійснювати свій внесок деякі додаткові компоненти ПО тензора – зокрема, компонента *p*₁₁, величина якої є достатньо високою:

$$(p_{eff}^{(III)})^{2} = (p_{13}\sin\theta\cos\zeta_{2} - p_{12}\cos\theta\sin\zeta_{2} + p_{25}\cos(\zeta_{2} + \theta))^{2} + \\ +0.5\chi^{2}[(p_{13}\sin\theta\cos\zeta_{2} - p_{11}\cos\theta\sin\zeta_{2} - p_{25}\cos(\zeta_{2} + \theta))^{2} \times \\ \times \cos^{4}\theta + (p_{33}\sin\theta\cos\zeta_{2} - p_{31}\cos\theta\sin\zeta_{2})^{2}\sin^{4}\theta + 0.5(p_{52} \times \\ \times \cos\theta\sin\zeta_{2} + p_{44}\cos(\zeta_{2} + \theta))^{2}\sin^{2}2\theta + (p_{13}\sin\theta\cos\zeta_{2} - \\ -p_{11}\cos\theta\sin\zeta_{2} - p_{25}\cos(\zeta_{2} + \theta))(p_{52}\cos\theta\sin\zeta_{2} + p_{44} \times \\ \times \cos(\zeta_{2} + \theta))\sin2\theta\cos^{2}\theta + (p_{52}\cos\theta\sin\zeta_{2} + p_{44}\cos(\zeta_{2} + \theta)) \times \\ \times (p_{33}\sin\theta\cos\zeta_{2} - p_{31}\cos\theta\sin\zeta_{2})\sin2\theta\sin^{2}\theta + (p_{16}\cos\theta \times \\ \times \sin\zeta_{2} + p_{14}\cos(\zeta_{2} + \theta))^{2}\cos^{2}\theta + (p_{45}\cos(\zeta_{2} + \theta) - \\ -p_{41}\cos\theta\sin\zeta_{2})^{2}\sin^{2}\theta + (p_{16}\cos\theta\sin\zeta_{2} + p_{14}\cos(\zeta_{2} + \theta)) \times \\ \times (p_{45}\cos(\zeta_{2} + \theta) - p_{41}\cos\theta\sin\zeta_{2})\sin2\theta \sin\zeta_{2})\sin2\theta].$$
(5.24)

В результаті вони підвищують величину КАОЯ з $3,4 \times 10^{-17} \text{ c}^3/\text{кг}$ до $3,9 \times 10^{-16} \text{ c}^3/\text{кг}$, однак вона продовжує залишатися відносно малою.

Аналогічна ситуація щодо впливу додаткових компонент ПО тензора на вираз для ЕПОК спостерігається й для типу IV АО взаємодії (Рисунок 5.16):

$$(p_{eff}^{(IV)})^{2} = ((p_{13}\sin\theta\cos\zeta_{2} - p_{11}\cos\theta\sin\zeta_{2} - p_{25}\cos(\zeta_{2} + \theta))^{2} \times \\ \times \cos^{2}\theta + (p_{52}\cos\theta\sin\zeta_{2} + p_{44}\cos(\zeta_{2} + \theta))^{2}\sin^{2}\theta)\cos^{2}(\theta_{B} + \\ +\theta) + (p_{52}\cos\theta\sin\zeta_{2} + p_{44}\cos(\zeta_{2} + \theta))((p_{13}\sin\theta\cos\zeta_{2} - p_{11} \times \\ \times\cos\theta\sin\zeta_{2} - p_{25}\cos(\zeta_{2} + \theta))\cos^{2}\theta + (p_{33}\sin\theta\cos\zeta_{2} - p_{31} \times \\ \times\cos\theta\sin\zeta_{2})\sin^{2}\theta)\sin2(\theta_{B} + \theta) + ((p_{52}\cos\theta\sin\zeta_{2} + p_{44} \times \\ \times\cos(\zeta_{2} + \theta))^{2}\cos^{2}\theta + (p_{33}\sin\theta\cos\zeta_{2} - p_{31}\cos\theta\sin\zeta_{2})^{2} \times \\ \times\sin^{2}\theta)\sin^{2}(\theta_{B} + \theta) + 0.5\chi^{2}[(p_{16}\cos\theta\sin\zeta_{2} + p_{14}\cos(\zeta_{2} + \\ +\theta))^{2}\cos^{2}\theta + (p_{45}\cos(\zeta_{2} + \theta) - p_{41}\cos\theta\sin\zeta_{2})^{2}\sin^{2}\theta].$$
(5.25)



Рисунок 5.16. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ для типу IV АО взаємодії в площині XZ кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ [247].

При цьому відбувається збільшення КАОЯ на порядок (з $4,0 \times 10^{-17} \text{ c}^3/\text{кг}$ до $4,1 \times 10^{-16} \text{ c}^3/\text{кг}$). ШНВ піку КАОЯ, що спостерігається при типах III та IV АО взаємодії, становить близько (1–2)°.

Тип V АО взаємодії характеризується різким зростанням ЕПОК та КАОЯ (Рисунок 5.17) при врахуванні еліптичності оптичних власних хвиль. Так, зокрема, КАОЯ зростає з нуля до $7,5 \times 10^{-17}$ с³/кг. Знову ж таки, основну роль у такому підвищенні АО ефективності відіграє внесок додаткових компонент ПО тензора у співвідношення для ЕПОК:

$$(p_{eff}^{(V)})^{2} = (p_{14}\sin\theta + p_{16}\cos\theta)^{2} + 0.5\chi^{2}[(p_{14}\sin\theta + p_{16}\cos\theta)^{2}\cos^{4}\theta + 0.5(p_{41}\cos\theta - p_{45}\sin\theta)^{2}\sin^{2}2\theta + (p_{14}\sin\theta + p_{16}\cos\theta)(p_{41}\cos\theta - p_{45}\sin\theta)\sin2\theta\cos^{2}\theta + (p_{25}\sin\theta + p_{66}\cos\theta)^{2}\cos^{2}\theta + (p_{44}\sin\theta + p_{52}\cos\theta)^{2} \times (5.26)$$



Рисунок 5.17. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута *θ* для типу V АО взаємодії в площині *XZ* кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ [247].

Тип VI АО взаємодії також характеризується помітним збільшенням ЕПОК та КАОЯ в результаті врахування еліптичності оптичних власних хвиль (Рисунок 5.18). Й дійсно, КАОЯ зростає з нуля до $7,5 \times 10^{-17}$ с³/кг. Таке підвищення АО ефективності відбувається насамперед завдяки внеску у співвідношення для ЕПОК, який здійснює додаткова ПО компонента p_{66} :

$$(p_{eff}^{(VI)})^{2} = ((p_{14}\sin\theta + p_{16}\cos\theta)^{2}\cos^{2}\theta + (p_{41}\cos\theta - p_{45}\sin\theta)^{2} \times \\ \times \sin^{2}\theta)\cos^{2}(\theta_{B} + \theta) + (p_{41}\cos\theta - p_{45}\sin\theta)(p_{14}\sin\theta + \\ + p_{16}\cos\theta)\cos^{2}\theta\sin2(\theta_{B} + \theta) + (p_{41}\cos\theta - p_{45}\sin\theta)^{2}\cos^{2}\theta \times \\ \times \sin^{2}(\theta_{B} + \theta) + 0.5\chi^{2}[(p_{25}\sin\theta + p_{66}\cos\theta)^{2}\cos^{2}\theta + (p_{44}\sin\theta + \\ + p_{52}\cos\theta)^{2}\sin^{2}\theta + (p_{14}\sin\theta + p_{16}\cos\theta)^{2}].$$
(5.27)



Рисунок 5.18. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ для типу VI АО взаємодії в площині XZ кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ [247].

Для типів VII (Рисунок 5.19), VIII (Рисунок 5.20) та IX (Рисунок 5.21) АО взаємодії спостерігається підвищення КАОЯ при врахуванні еліптичності оптичних власних хвиль. Таке підвищення зумовлено появою додаткових термів у співвідношеннях для ЕПОК після врахування еліптичності оптичних власних хвиль, хоча додаткові компоненти ПО тензора у цих термах відсутні:

$$(p_{eff}^{(\text{VII})})^{2} = (p_{14}\sin(\zeta_{2} + \theta) - p_{16}\cos\theta\cos\zeta_{2})^{2}\cos^{2}\varphi_{i} + +(p_{41}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{45}\sin(\zeta_{2} + \theta))^{2}\sin^{2}\varphi_{i} + (p_{14}\sin(\zeta_{2} + \theta) - -p_{16}\cos\theta\cos\zeta_{2})(p_{41}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{45}\sin(\zeta_{2} + \theta))\sin2\varphi_{i} + +0.5\chi^{2}[(p_{14}\sin(\zeta_{2} + \theta) - p_{16}\cos\theta\cos\zeta_{2})^{2}\cos^{2}\varphi_{i} + +(p_{41}\cos\theta\cos\zeta_{2} + p_{45}\sin(\zeta_{2} + \theta))^{2}\sin^{2}\varphi_{i}],$$
(5.28)

$$(p_{eff}^{(\text{VIII})})^{2} = (p_{16}\cos\theta\sin\zeta_{2} + p_{14}\cos(\zeta_{2} + \theta))^{2}\cos^{2}\varphi_{i} + +(p_{45}\cos(\zeta_{2} + \theta) - p_{41}\cos\theta\sin\zeta_{2})^{2}\sin^{2}\varphi_{i} + (p_{16}\cos\theta\sin\zeta_{2} + +p_{14}\cos(\zeta_{2} + \theta))(p_{45}\cos(\zeta_{2} + \theta) - p_{41}\cos\theta\sin\zeta_{2})\sin2\varphi_{i} + +0.5\chi^{2}[(p_{16}\cos\theta\sin\zeta_{2} + p_{14}\cos(\zeta_{2} + \theta))^{2}\cos^{2}\varphi_{i} + +(p_{45}\cos(\zeta_{2} + \theta) - p_{41}\cos\theta\sin\zeta_{2})^{2}\sin^{2}\varphi_{i}],$$
(5.29)

$$(p_{eff}^{(IX)})^{2} = (p_{25}\sin\theta + p_{66}\cos\theta)^{2}\cos^{2}\varphi_{i} + (p_{44}\sin\theta + p_{52}\cos\theta)^{2}\sin^{2}\varphi_{i} + (p_{25}\sin\theta + p_{66}\cos\theta)(p_{44}\sin\theta + p_{52}\cos\theta)\sin 2\varphi_{i} + 0.5\chi^{2}[(p_{25}\sin\theta + p_{66}\cos\theta)^{2} \times (5.30) \times (5.30)^{2}\varphi_{i} + (p_{44}\sin\theta + p_{52}\cos\theta)^{2}\sin^{2}\varphi_{i}].$$



Рисунок 5.19. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ для типу VII АО взаємодії в площині *XZ* кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ [247].



Рисунок 5.20. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ для типу VIII АО взаємодії в площині XZ кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ [247].



Рисунок 5.21. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ для типу ІХ АО взаємодії в площині *XZ* кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ [247].

Як можна бачити, у випадку анізотропної АО дифракції максимальні значення ЕПОК та КАОЯ досягаються для типів VIII (Рисунок 5.20) та IX (Рисунок 5.21) АО взаємодії – так, наприклад, КАОЯ зростає з $6,7 \times 10^{-17}$ с³/кг до $1,3 \times 10^{-16}$ с³/кг та з $7,6 \times 10^{-17}$ с³/кг до $1,5 \times 10^{-16}$ с³/кг, відповідно. ШНВ піку КАОЯ для анізотропної АО дифракції є майже такою ж самою, як й у випадку ізотропної АО дифракції – тобто, приблизно 2. Натомість за межами кутового околу оптичної осі ±5° КАОЯ, розраховані для альтернативних випадків врахування та нехтування еліптичністю оптичних власних хвиль, є майже однаковими.

Підсумовуючи вищевикладене, можна зазначити, що підвищення КАОЯ, яке відбувається для всіх типів АО взаємодій в кристалах Pb₅Ge₃O₁₁ після врахування еліптичності оптичних власних хвиль, що наближається до одиниці в околі оптичної осі, зумовлено появою додаткових термів у співвідношеннях для ЕПОК. При цьому у такі терми можуть залучатися також й ті компоненти ПО тензора, які відсутні у співвідношеннях для ЕПОК, записаних для випадку нехтування еліптичністю оптичних власних хвиль. Як можна бачити, КАОЯ є однаковими (або майже однаковими) для типів І та ІІ, типів ІІІ та IV, типів V та VI АО взаємодії попарно, коли АХ поширюється вздовж осі X, а оптичні хвилі - в околі оптичної осі. Так, наприклад, КАОЯ, що відповідає цим умовам для типів І та II АО взаємодії, приблизно дорівнює 12,4×10⁻¹⁵ с³/кг. В свою чергу, для типів III та IV АО взаємодії КАОЯ становить, приблизно, 4,0×10⁻¹⁶ с³/кг. Й. нарешті, КАОЯ для типів V та VI АО взаємодії приблизно дорівнює 7,5×10⁻¹⁷ с³/кг. Ці результати добре узгоджуються з висновками роботи [229] про зменшення кількості типів ізотропної АО взаємодії з 6 до 3. Іншими словами, типи I та II, типи III та IV, типи V та VI АО взаємодії повинні, по суті, бути однаковими. З іншого боку, врахування еліптичності оптичних власних хвиль призводить до ненульових КАОЯ для типів III-VI АО взаємодії, на відміну від того, що випливає з наближених результатів роботи [229]. Цей факт є прямим результатом застосування аналітичного підходу до розгляду впливу еліптичності оптичних власних хвиль на АО взаємодію.

Крім того, у рамках цього дослідження на монодоменному зразку Pb₅Ge₃O₁₁ було експериментально визначено ЕПОК (0,173±0,011) для випадку ізотропної АО дифракції правої циркулярно-поляризованої оптичної хвилі на QL AX, що поширюється вздовж осі X. Та ж сама величина, знайдена для лівої циркулярно-поляризованої оптичної хвилі, дорівнює 0,181±0,013. Очевидно, що з урахуванням типових похибок експерименту зазначені ЕПОК є однаковими [247]. ЕПОК, розраховані для типів І та ІІ АО взаємодії, дорівнюють 0,17±0,05. В свою чергу, ЕПОК, визначені експериментально на полідоменному зразку Pb₅Ge₃O₁₁ для випадку ізотропної АО дифракції та падаючих лінійнополяризованих оптичних хвиль, паралельних осям У та Х, дорівнюють, відповідно, (*p*_{*E*})₁₂ = 0,157±0,008 (тип І АО взаємодії) та (*p*_{*E*})₁₁ = 0,128±0,010 (тип II АО взаємодії). ПО коефіцієнти $(p_E)_{11}$ та $(p_E)_{33}$ для полідоменного зразка Pb₅Ge₃O₁₁, які дорівнюють 0,128±0,010 та 0,195±0,014 відповідно, не містять внесків, зумовлених вторинним ПО ефектом, оскільки вони отримані для електрично-закороченого кристалу. Хоча в експерименті потрібно визначити лише ПО коефіцієнти р_{іі} для електрично-розімкненого кристалу, насправді наближені рівності $p_{11} \approx (p_E)_{11}$ та виконуються $p_{12} \approx (p_E)_{12}$ оскільки електрооптичні внески в ці коефіцієнти співмірні або навіть менші типових похибок експерименту. ЕПОК, розраховані для типів І та ІІ АО взаємодії при нехтуванні еліптичністю оптичних власних хвиль, становлять 0,13±0,05 та 0,11±0,05 відповідно. Таким чином, врахування еліптичності оптичних власних хвиль в кристалах Pb₅Ge₃O₁₁ збільшує як розрахункові, так й експериментальні значення ЕПОК порівняно з тими ж самими коефіцієнтами, отриманими для випадку взаємодіючих лінійно-поляризованих оптичних хвиль. До того ж, теоретичні та експериментальні дані задовільно узгоджуються; при цьому відповідні розбіжності не перевищують похибок експерименту [247].

Слід зауважити, що оптичні власні хвилі можуть набувати еліптичної або циркулярної поляризації не лише в нецентросиметричних енантіоморфних кристалах, що володіють природною оптичною активністю, або в випадку, коли оптична активність індукується спонтанною електричною поляризацією – як вже зазначалося у Розділі 2, такий ефект також може бути викликаний зовнішнім магнітним полем в центросиметричних кристалах. Отже, можна припустити, що ефект Фарадея може призвести до аналогічного збільшення ефективності АО дифракції.

5.3. Кристали КН₂РО₄

Для перевірки вищевказаної гіпотези було здійснено аналіз впливу еліптичності оптичних власних хвиль, індукованої зовнішнім магнітним полем, на ЕПОК та КАОЯ на прикладі канонічних кристалів КН₂PO₄ (KDP), з яких виготовляються робочі елементи оптико-електронних пристроїв.

Вибір кристалів КDP в якості об'єкту аналізу був зумовлений низкою чинників. Насамперед, КАОЯ для цих кристалів є недостатньо високим – так, експериментальні дослідження AO властивостей кристалів KDP показали, що у випадку ізотропної AO дифракції Брегга падаючої звичайної оптичної хвилі ($\lambda = 632,8$ нм), яка поширюється в напрямку [010], на поздовжній AX (v = 5500 м/с), яка поширюється в напрямку [100], КАОЯ цих кристалів становить лише $1,91 \times 10^{-15}$ с³/кг [249]. Крім того, кристали KDP за нормальних умов належать до точкової групи симетрії $\overline{42}$ m та не є оптично активними при поширенні світла вздовж оптичної осі, оскільки ненульовими компонентами їхнього тензора гірації **g** є лише компоненти g_{11} та $g_{22} = -g_{11}$.

У цьому дослідженні розглядається ізотропна АО взаємодія в площинах (010) та (110) з QL AX. При цьому еліптичність оптичних власних хвиль при поширенні світла вздовж осей X та Y не береться до уваги, з огляду на її мале значення й те, що вона маскується лінійним двозаломленням.

На довжині оптичної хвилі $\lambda = 632,8$ нм звичайний (n_o) та незвичайний (n_e) показники заломлення для кристалів КDP дорівнюють 1,5073 та 1,4668 відповідно [250]. Для частоти АХ $\Phi \approx 46 \times 10^6$ Гц кут Брегга $\theta_B = 0,1^\circ$. Густина кристалів KDP $\rho = 2338$ кг/м³ [251]. Таблиця 5.5 містить інші параметри кристалів KDP, необхідні для проведення подальших досліджень.

ij	<i>p_{ij}</i> [252]	ij	$C_{ij}, 10^{10} \Pi a [176, 253]$
11	0,238±0,024	11, 22	7,14±0,08
12	0,249±0,013	33	5,62±0,03
13	0,242±0,012	12	-0,49±0,10
31	0,227±0,011	13, 23	1,29±0,03
33	0,242±0,024	44	1,27±0,01
44	-0,021±0,0021	66	0,624±0,005
66	$-0,068\pm0,003$	—	_

Таблиця 5.5. ПО коефіцієнти p_{ij} ($\lambda = 632,8$ нм) та коефіцієнти жорсткості C_{ij} для кристалів КDР.

Для випадку точкової групи симетрії 42m тензор Фарадея в кристалофізичній системі координат, пов'язаній з головними осями *X*, *Y*, *Z* еліпсоїда оптичної індикатриси, набуває наступного вигляду:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{11} & 0 & 0\\ 0 & F_{11} & 0\\ 0 & 0 & F_{33} \end{bmatrix}.$$
 (5.31)

При цьому вісь Z співпадає з оптичною віссю кристалу КDP. Оскільки константа Верде V_F для кристалів КDP дорівнює 3,61 $(T_{\Lambda} \times m)^{-1}$ для довжини оптичної хвилі $\lambda = 632,8$ нм [254], то $F_{33} = \lambda V_F \mu_0 / (\pi (n_o)^3) = 2,67 \times 10^{-13} \text{ м/A}$. У подальшому аналізі припускається, що зовнішнє магнітне поле до кристалу КDP прикладено вздовж осі Z, а кут між віссю Z та напрямком поширення падаючої оптичної хвилі дорівнює ϕ [255].

Отже, в такому випадку еліптичність оптичних власних хвиль, аналогічно до співвідношення (5.1), записується як [17]

$$\chi(\phi) = \frac{n_o^2 - n_e'^2 - ((n_o^2 - n_e'^2)^2 + 4G_H^2(\phi))^{1/2}}{2G_H(\phi)} \approx \frac{G_H(\phi)}{n_o^2 - n_e'^2},$$
(5.32)

$$G_{H}(\phi) = F_{33}H_{3}\cos^{2}\phi = F_{33}'(\phi)H_{3}, \qquad (5.33)$$

275

показник заломлення n'_e визначається співвідношенням (5.3), а кут ϕ між віссю Z та напрямком поширення падаючої оптичної хвилі – співвідношенням (5.4). Тоді квадрат ЕПОК для типів I та II АО взаємодії в площині (010) може бути записаний як [255]

$$(p_{eff}^{(1)})^{2} = (p_{12}\cos\theta\cos\mu_{2} + p_{13}\sin\theta\sin\mu_{2})^{2} + 0.5\chi^{2}[(p_{11}\cos\theta\times)(p_{eff}^{(1)})^{2}] + (p_{13}\sin\theta\sin\mu_{2})^{2}\cos^{4}\theta + (p_{31}\cos\theta\cos\mu_{2} + p_{33}\sin\theta\times)(p_{31}^{2})^{2}\sin^{4}\theta + 0.5p_{44}^{2}\sin^{2}(\mu_{2} + \theta)\sin^{2}2\theta + p_{44}(p_{11}\cos\theta\times)(p_{44}^{2})^{2}\sin^{4}\theta + 0.5p_{44}^{2}\sin^{2}(\mu_{2} + \theta)\sin^{2}2\theta + p_{44}(p_{11}\cos\theta\times)(p_{44}^{2})^{2}\sin^{4}\theta + 0.5p_{44}^{2}\sin^{2}(\mu_{2} + \theta)\sin^{2}\theta^{2}\theta + p_{44}(p_{44}^{2})^{2}\sin^{4}\theta + 0.5p_{44}^{2}\sin^{4}(\mu_{2} + \theta)\sin^{2}\theta^{2}\theta + 0.5p_{44}^{2}\sin^{4}(\mu_{2} + \theta)\sin^{4}\theta^{2}\theta + 0.5p_{44}^{2}\theta + 0.5p_{44}$$

та

$$(p_{eff}^{(II)})^{2} = ((p_{11}\cos\theta\cos\mu_{2} + p_{13}\sin\theta\sin\mu_{2})^{2}\cos^{2}\theta + p_{44}^{2} \times \\ \times \sin^{2}(\mu_{2} + \theta)\sin^{2}\theta)\cos^{2}(\theta + \theta_{B}) + p_{44}((p_{11}\cos\theta\cos\mu_{2} + \\ + p_{13}\sin\theta\sin\mu_{2})\cos^{2}\theta + (p_{31}\cos\theta\cos\mu_{2} + p_{33}\sin\theta\sin\mu_{2}) \times \\ \times \sin^{2}\theta)\sin2\theta\sin(\mu_{2} + \theta) + ((p_{31}\cos\theta\cos\mu_{2} + p_{33}\sin\theta \times \\ \times \sin\mu_{2})^{2}\sin^{2}\theta + p_{44}^{2}\sin^{2}(\mu_{2} + \theta)\cos^{2}\theta)\sin^{2}(\theta + \theta_{B}) + \\ + \chi^{2}[p_{12}\cos\theta\cos\mu_{2} + p_{13}\sin\theta\sin\mu_{2}]^{2}$$

$$(5.35)$$

відповідно, де θ – кут між хвильовим вектором QL AX та віссю X; $\mu_2(\theta) = \theta - \zeta_2(\theta)$; ζ_2 – кут між вектором поляризації (зміщення) QL AX та віссю X при поширенні QL AX в площині (010), який визначається зі співвідношення [256]

$$\zeta_{2} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{(C_{13} + C_{44}) \sin 2\theta}{(C_{11} - C_{44}) \cos^{2} \theta + (C_{44} - C_{33}) \sin^{2} \theta} \right).$$
(5.36)

Терми з χ^2 в рівняннях (5.34) та (5.35) визначають приріст квадрату ЕПОК (Δp_{eff}^2) за рахунок магніто-індукованої еліптичності оптичних власних хвиль χ [255].

Залежність швидкості QL AX від кута θ визначається як

$$v_{QL}(\theta) = 0,5((C_{11} + C_{44})\cos^2\theta + (C_{44} + C_{33})\sin^2\theta + (((C_{11} - C_{44})\cos^2\theta + (C_{44} - C_{33})\sin^2\theta)^2 + (C_{13} + C_{44})\sin^2 2\theta)^{1/2}).$$
(5.37)

Надалі проаналізуємо залежність ЕПОК та КАОЯ для площини взаємодії (110) [255]. В цьому випадку залежність швидкості QL AX від кута θ' між хвильовим вектором AX та бісектрисою осей X й Y (тобто, віссю X') можна записати наступним чином:

$$v_{QL}(\theta') = 0,5((0,5(C_{11} + C_{12}) + C_{66} + C_{44})\cos^2\theta' + (C_{44} + C_{33}) \times \\ \times \sin^2\theta' + (((0,5(C_{11} + C_{12}) + C_{66} - C_{44})\cos^2\theta' + (C_{44} - C_{33}) \times \\ \times \sin^2\theta')^2 + (C_{13} + C_{44})\sin^22\theta')^{1/2}).$$
(5.38)

В свою чергу, квадрат ЕПОК для типів І та II АО взаємодії в площині (110) має вигляд

$$(p_{eff}^{(I)})^{2} = (p_{12}\cos\theta'\cos\mu'_{2} + p_{13}\sin\theta'\sin\mu'_{2})^{2} + 0.5\chi^{2}[(0.5(p_{11} + p_{12} + 0.5p_{66})\cos\theta'\cos\mu'_{2} + p_{13}\sin\theta'\sin\mu'_{2})^{2}\cos^{4}\theta' + (p_{31}\cos\theta'\cos\mu'_{2} + p_{33}\sin\theta'\sin\mu'_{2})^{2}\sin^{4}\theta' + 0.5p_{44}^{2} \times (p_{31}^{2}\cos\theta'\cos\mu'_{2} + p_{44}^{2}(0.5(p_{11} + p_{12} + 0.5p_{66})\cos\theta' \times (5.39))))$$

$$(5.39)$$

$$(5.39)$$

$$(5.39)$$

$$(5.39)$$

$$(5.39)$$

$$(p_{eff}^{(II)})^{2} = ((0,5(p_{11} + p_{12} + 0,5p_{66})\cos\theta'\cos\mu'_{2} + p_{13}\sin\theta'\sin\mu'_{2})^{2}\cos^{2}\theta' + p_{44}^{2}\sin^{2}(\mu'_{2} + \theta')\sin^{2}\theta') \times \\ \times \cos^{2}(\theta' + \theta_{B}) + p_{44}((0,5(p_{11} + p_{12} + 0,5p_{66})\cos\theta'\cos\mu'_{2} + p_{13}\sin\theta'\sin\mu'_{2})\cos^{2}\theta' + (p_{31}\cos\theta'\cos\mu'_{2} + p_{33}\sin\theta'\sin\mu'_{2}) \times \\ \times \sin^{2}\theta')\sin(\mu'_{2} + \theta')\sin2\theta' + (p_{44}^{2}\sin^{2}(\mu'_{2} + \theta')\cos^{2}\theta' + (p_{31}\cos\theta'\cos\mu'_{2} + \theta')\cos^{2}\theta' + (p_{31}\cos\theta'\cos\mu'_{2} + p_{33}\sin\theta'\sin\mu'_{2})^{2}\sin^{2}\theta')\sin^{2}(\theta' + \theta_{B}) + \\ + (p_{31}\cos\theta'\cos\mu'_{2} + p_{33}\sin\theta'\sin\mu'_{2})^{2}\sin^{2}\theta')\sin^{2}(\theta' + \theta_{B}) + \\ + \chi^{2}(p_{12}\cos\theta'\cos\mu'_{2} + p_{13}\sin\theta'\sin\mu'_{2})^{2}$$

відповідно, де $\mu'_2(\theta') = \theta' - \zeta'_2(\theta'); \zeta'_2 - кут між вектором зміщення QL AX та$ віссю X' при поширенні QL AX у площині (110), який визначається зіспіввідношення

$$\zeta_{2}' = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{(C_{13} + C_{44})\sin 2\theta'}{(0,5(C_{11} + C_{12} + 2C_{66}) - C_{44})\cos^{2}\theta' + (C_{44} - C_{33})\sin^{2}\theta'}\right). \quad (5.41)$$

Як можна бачити, для типів I (Рисунок 5.22) та II (Рисунок 5.23) АО взаємодії в площині (010) кристалів KDP пікоподібні аномалії квадрата ЕПОК та КАОЯ виникають при поширенні QL AX вздовж осі X та при прикладанні магнітного поля з напруженістю H_3 вздовж осі Z. При цьому прикладене магнітне поле для типу I AO взаємодії в площині (010) кристалів KDP (Рисунок 5.22) призводить до збільшення ЕПОК з 0,25 при $H_3 = 0$ до 0,35 при $H_3 \sim 10^8$ A/м. В свою чергу, КАОЯ зростає з 1,84×10⁻¹⁵ с³/кг при $H_3 = 0$ до 3,53×10⁻¹⁵ с³/кг при $H_3 \sim 10^8$ A/м. Натомість для типу II AO взаємодії в площині (010) кристалів KDP (Рисунок 5.23), за тих самих умов, ЕПОК зростає з 0,24 до 0,35; тоді як КАОЯ – з 1,69×10⁻¹⁵ с³/кг до 3,53×10⁻¹⁵ с³/кг. Таким чином, під впливом зовнішнього магнітного поля з напруженістю $H_3 \sim 10^8$ A/м ЕПОК зростає приблизно на 45 %, а КАОЯ – приблизно вдвічі.



Рисунок 5.22. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута *θ* для типу І АО взаємодії в площині (010) кристалів КDP [255].



Рисунок 5.23. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута *θ* для типу II АО взаємодії в площині (010) кристалів КDP [255].

Пікове значення приросту квадрата ЕПОК швидко зростає зі збільшенням напруженості зовнішнього магнітного поля, досягаючи насичення при $H_3 \sim 10^8$ А/м (Рисунок 5.24). Натомість поведінка ШНВ піку ЕПОК при збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля не є монотонною (Рисунок 5.25). Так, для обох типів АО взаємодій ШНВ піку ЕПОК достатньо швидко зростає від нуля до приблизно 0,8° при збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля від нуля до ~ 10⁵ А/м, а потім майже не змінює своєї величини, зростаючи до приблизно 1,3° при збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля до ~ 10⁸ А/м. При подальшому збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля до ~ 10⁸ А/м. При подальшому збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля до ~ 10⁸ А/м. При подальшому збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля до ~ 10⁸ А/м. При подальшому збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля до ~ 10⁸ А/м. При подальшому збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля до ~ 10⁸ А/м. При подальшому збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля до ~ 10⁸ А/м. При подальшому збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля до ~ 10⁸ А/м. При подальшому збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля до ~ 10⁸ А/м. При подальшому збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля до ~ 10⁸ А/м. При подальшому збільшенні напруженості зовнішнього магнітного поля швидкість зростання ШНВ піку ЕПОК різко збільшується. Таким чином, вище $H_3 \sim 10^8$ А/м приріст квадрату ЕПОК зупиняється, але ШНВ піку ЕПОК є надалі зростає.

Аналіз анізотропії КАОЯ в кристалах КDP показав, що найвище значення КАОЯ (7,1×10⁻¹⁵ с³/кг) досягається для ізотропної АО взаємодії падаючої оптичної хвилі, яка поширюється в напрямку [$\overline{1}10$] та поляризована в площині (001), з найповільнішою поздовжньою АХ (v = 4109,8 м/с), яка поширюється в площині (001) в напрямку [110] – тобто, для типу І АО взаємодії в площині (001) [176]. З іншого боку, якщо проаналізувати вплив фарадеївської оптичної активності на КАОЯ у випадку АО взаємодії в площині (001), можна побачити, що в такому випадку магніто-індукована еліптичність оптичних власних хвиль є мізерно малою на фоні величини лінійного двозаломлення.

З огляду на це доцільно розглянути АО взаємодію в площині (110) з найповільнішою QL AX, яка поширюється вздовж напрямку [110]. У цьому випадку оптичні хвилі поширюються в напрямку, близькому до оптичної осі, де магніто-індукована еліптичність оптичних власних хвиль є достатньо великою. За таких умов при прикладанні зовнішнього магнітного поля з напруженістю $H_3 \sim 10^8$ A/м ЕПОК зростає з 0,25 до 0,37 для типу I AO взаємодії (Рисунок 5.26) та з 0,23 до 0,34 для типу II AO взаємодії (Рисунок 5.27). В свою чергу, КАОЯ зростає з 4,48×10⁻¹⁵ c³/кг до 8,18×10⁻¹⁵ c³/кг для типу I AO взаємодії.



Рисунок 5.24. Залежності пікового значення приросту квадрату ЕПОК $\Delta(p_{eff}^2)$, зумовленого наявністю магніто-індукованої еліптичності оптичних власних хвиль, від lg(H_3) для типів I (заповнені кола) та II (незаповнені кола) АО взаємодії в кристалах KDP [255].



Рисунок 5.25. Залежності ШНВ піку ЕПОК, зумовленого наявністю магніто-індукованої еліптичності оптичних власних хвиль, від $lg(H_3)$ для типів I (заповнені кола) та II (незаповнені кола) АО взаємодії в кристалах KDP [255].



Рисунок 5.26. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ' для типу І АО взаємодії в площині (110) кристалів КDP [255].



Рисунок 5.27. Залежності квадрату ЕПОК (а) та КАОЯ (б) від кута θ' для типу ІІ АО взаємодії в площині (110) кристалів КDP [255].

З огляду на вищевикладене, можна стверджувати про принципову можливість керування ефективністю АО дифракції Брегга за допомогою зовнішнього магнітного поля. При цьому робочі величини напруженості зовнішнього магнітного поля залежать, вочевидь, від величини тих компонент тензора Фарадея відповідного АО матеріалу, що формують ефективний коефіцієнт Фарадея, який (по аналогії з ЕПОК) є діючим для певної визначеної геометрії АО дифракції Брегга. З точки зору основних аспектів формування ефективного коефіцієнту Фарадея, розглянутих у Розділі 2, видається найбільш доцільним використання в магніто-керованих АО приладах таких АО середовищ, які належать до найкращих магнітооптичних матеріалів.

Висновки до Розділу 5

1. Аналіз впливу природної оптичної активності на ефективність АО взаємодії в кристалах α -SiO₂ показав, що для типів I та II АО взаємодії за участю оптичних власних хвиль вона призводить до пікоподібного зростання ЕПОК та КАОЯ. При цьому для типу I АО взаємодії КАОЯ зростає на 46 %, досягаючи значення $1,58 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$, а для типу II АО взаємодії – більш ніж утричі, досягаючи значення $1,58 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$. Аналогічна ситуація спостерігається також й у випадку типів III та IV АО взаємодії: для типу III АО взаємодії КАОЯ зростає на 9 %, досягаючи значення $1,22 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$, тоді як для типу IV АО взаємодії – більш ніж на порядок, досягаючи значення $1,22 \times 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$.

2. Аналіз анізотропії ЕПОК та КАОЯ для випадку АО взаємодій у головній площині XZ кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ показав, що в цих кристалах наявність оптичної активності, зумовленої спонтанною електрогірацією, суттєво підвищує КАОЯ внаслідок ненульової еліптичності оптичних власних хвиль, що приймають участь у АО взаємодіях. При цьому таке підвищення відбувається з огляду на те, що еліптичність оптичних власних хвиль наближається до одиниці поблизу оптичної осі, а також тому, що в

співвідношення для ЕПОК при врахуванні еліптичності оптичних власних хвиль можуть включатися додаткові компоненти ПО тензора. На прикладі кристалів Pb₅Ge₃O₁₁ показано, що той чи інший ступінь підвищення ефективності АО взаємодії завжди характерний для всіх типів АО взаємодій, коли падаюча оптична хвиля поширюється в околі оптичної осі. При цьому встановлено, що у випадку АО взаємодії, яка відбувається в площині *XZ* кристалів Pb₅Ge₃O₁₁, максимальна АО ефективність досягається для типів I та II ізотропної АО взаємодії – завдяки відмінній від нуля еліптичності оптичних власних хвиль КАОЯ зростає відповідно з $6,8 \times 10^{-15}$ с³/кг та $5,6 \times 10^{-15}$ с³/кг.

3. Аналіз, проведений на прикладі кристалів КН₂РО₄, в яких відсутня природна оптична активність при поширенні світла вздовж оптичної осі, для типів І та II АО взаємодії показав, що АО ефективність може бути підвищена шляхом індукування зовнішнім магнітним полем еліптичності оптичних власних хвиль за рахунок ефекту Фарадея. Так, зокрема, при дії зовнішнього магнітного поля вздовж оптичної осі та поширенні падаючої й дифрагованої оптичних хвиль у напрямках, близьких до оптичної осі, з поляризаціями, що є такими ж самими, як й магніто-індукована поляризація еліптичних оптичних власних хвиль, КАОЯ може бути збільшений приблизно в два рази. Отримані результати демонструють принципову можливість керування ефективністю АО дифракції Брегга за допомогою зовнішнього магнітного поля. При цьому робочі величини напруженості зовнішнього магнітного поля залежать від величини тих компонент тензора Фарадея відповідного АО матеріалу, що формують ефективний коефіцієнт Фарадея для певної визначеної геометрії АО дифракції Брегга, з огляду на що видається найбільш доцільним використання в магніто-AO AO які керованих приладах таких середовищ, € найкращими магнітооптичними матеріалами.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

В результаті виконання дисертаційного дослідження:

 вирішена проблема акустооптичної взаємодії в оптично активних середовищах з врахуванням еліптичної та циркулярної поляризації власних оптичних хвиль, а також неортогональності поляризації власних акустичних хвиль;

показано, що ефективністю акустооптичної дифракції можна керувати зовнішнім магнітним полем;

 запропоновано метод визначення параметрів розмитих сегнетоелектричних фазових переходів, який базується на результатах експериментальних досліджень оптичної активності;

виявлені нові ефективні магнітооптичні матеріали.

При цьому, зокрема:

1. На прикладі кристалів $Pb_5Ge_3O_{11}$ та α -SiO₂ показано, що наявність оптичної активності суттєво підвищує коефіцієнт акустооптичної якості за рахунок ненульової еліптичності взаємодіючих оптичних власних хвиль. Встановлено, що таке підвищення відбувається за рахунок того, що еліптичність оптичних власних хвиль наближається до одиниці поблизу оптичної осі, а в співвідношення для ефективного пружнооптичного коефіцієнта можуть включатися додаткові компоненти пружнооптичного тензора.

2. На прикладі кристалів КН₂РО₄, які не володіють природною оптичною активністю при поширенні оптичних ХВИЛЬ вздовж оптичної oci. продемонстровано, що індукована зовнішнім магнітним полем фарадеївська еліптичність оптичних власних хвиль призводить до суттєвого зростання коефіцієнта акустооптичної якості, що, у свою чергу, свідчить про принципову можливість керування ефективністю акустооптичної дифракції за допомогою зовнішнього магнітного поля. При цьому робочі значення напруженості зовнішнього магнітного поля залежать від величини ефективного коефіцієнта Фарадея відповідного акустооптичного середовища для певної визначеної геометрії акустооптичної дифракції.

3. Запропоновано параметрів метод визначення розмитих фазових базується поділі сегнетоелектричних переходів, який на досліджуваного зразка на нескінченно велику кількість однорідних елементарних комірок, в кожній з яких фазовий перехід є нерозмитим та характеризується певною локальною температурою Кюрі; гауссівському розподілі локальних температур Кюрі в межах досліджуваного зразка; описі температурної поведінки термодинамічних параметрів при фазових переходах другого роду в рамках теорії Ландау. Метод передбачає інтерполяцію експериментальної температурної залежності оптичної активності, оберненої діелектричної проникності або оберненого коефіцієнта лінійного електрогіраційного ефекту середнім по ансамблю відповідних локальних температурних залежностей. Метод апробований на прикладі кристалів сімейства германату свинцю.

4. Експериментально досліджено фарадеївську оптичну активність в халькогенідних кристалах Tl₃AsS₄, AgGaGeS₄, AgGaGe₃Se₈, халькогенідних твердих розчинах TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) та лужноборатних стеклах LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀, LiCsB₆O₁₀. При цьому отримані значення ефективних коефіцієнтів Фарадея халькогенідних кристалів Tl₃AsS₄ й AgGaGe₃Se₈ та халькогенідних твердих розчинів TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) дозволяють віднести їх до одних з найкращих магнітноневпорядкованих матеріалів для магнітооптичних застосувань.

5. Показано, що за наявності лише циркулярного двозаломлення в оптично активних кристалах акустооптична дифракція проявляється у взаємодії між власними циркулярно-поляризованими оптичними хвилями. На прикладі оптично активних кристалів AgGaS₂ для довжини хвилі ізотропної точки 497,4 нм встановлено, що наявність циркулярного двозаломлення призводить до двох типів акустооптичної дифракції – а саме, ізотропної акустооптичної дифракції за участю циркулярно-поляризованих оптичних власних хвиль з однаковими знаками обертань їхніх векторів напруженості електричного поля та анізотропної акустооптичної дифракції, для якої ці знаки є протилежними.

Ha аналізу анізотропії основі швидкостей акустичних ХВИЛЬ та експериментальних досліджень пружнооптичних коефіцієнтів кристалів AgGaS₂ визначено кути зносу та неортогональності власних акустичних хвиль, а також кутову залежність коефіцієнта акустооптичної якості для випадку колінеарної акустооптичної взаємодії 3 циркулярно-поляризованими оптичними власними хвилями на довжині хвилі ізотропної точки.

6. Отримано аналітичні вирази для деформацій, спричинених акустичними хвилями, з врахуванням неортогональності їх поляризації. На основі аналізу впливу неортогональності поляризацій власних акустичних хвиль на анізотропію коефіцієнта акустооптичної якості для ізотропних акустооптичних взаємодій, що відбуваються в головних кристалографічних площинах кристалів Tl_3AsS_4 , $Li_2B_4O_7$ та α -TeO₂, показано, що набір компонент пружнооптичного тензора, який визначає ефективний пружнооптичний коефіцієнт, не змінюється при врахуванні або нехтуванні неортогональністю акустичних хвиль для цих кристалів, а також кристалів, які характеризуються тензорами жорсткості та пружнооптичними тензорами з аналогічною структурою. Встановлено, що за цих умов при врахуванні або нехтуванні неортогональністю поляризацій акустичних хвиль змінюється співвідношення між компонентами пружнооптичного тензора, які формують ефективний пружнооптичний коефіцієнт.

7. Експериментально досліджено швидкості акустичних хвиль в кристалах TlInSe₂ та γ_1 -(Ga_{0,3}In_{0,7})₂Se₃, що дозволило визначити всі компоненти тензорів жорсткості та пружної податливості, кути зносу та неортогональності власних акустичних хвиль, а також оцінити коефіцієнт акустооптичної якості для випадку ізотропної акустооптичної взаємодії.

8. З використанням експериментально отриманих поляриметричних двомірних карт розподілу приростів кута орієнтації оптичної індикатриси та оптичної різниці фаз для різних температур показано, що політипна структура акустооптичних халькогенідних твердих розчинів $TlIn(S_{1-x}Se_x)_2$ (x = 0; 0,02; 0,06; 0,10; 0,15; 0,25) проявляється в неоднорідному розподілі параметрів оптичної анізотропії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- V. Balakshiy, V. Parygin, and L. Chirkov, Physical principles of acoustooptic, Moscow: Radio i Svyaz, 1985 (in Russian).
- 2. L. Magdich and V. Molchanov, Acoustooptic devices and their applications, Philadelphia: Gordon and Breach Science Publisher, 1989.
- C. Tsai, Guided-Wave Acousto-Optics: Interactions, Devices, and Applications (Springer Series in Electronics and Photonics, 23), Heidelberg: Springer, 1990.
- 4. J. Xu and R. Stroud, Acousto-Optic Devices, New York: Wiley, 1992.
- A. Goutzoulis and D. Pape, Designing and Fabrication of Acousto-Optic Devices, New York: Marcel Dekker, 1994.
- L. Brillouin, "Diffusion de la lumière et des rayons X par un corps transparent homogène. Influence de l'agitation," *Ann. Phys.*, vol. 9, pp. 88-122, 1922.
- R. Lucas and P. Bigaurd, "Nouvelles proprietes optiques des liquides soumis a des ondes ultrasonores," C. R. Acad. Sci., vol. 194, pp. 2132-2134, 1932.
- 8. A. Andrushchak et al., "Spatial anisotropy of the acousto-optical efficiency in lithium niobate crystals," *J. Appl. Phys.*, vol. 108, p. 103118, 2010.
- O. Buryy et al., "Global maxima for the acoustooptic effect in SrB₄O₇ crystals," *Appl. Opt.*, vol. 56, pp. 1839-1845, 2017.
- Y. Zyuryukin, S. Zavarin, and A. Yulaev, "Characteristic features of wideband anisotropic light diffraction in lithium-niobate crystal by a longitudinal acoustic wave," *Opt. Spectrosc.*, vol. 107, pp. 152-156, 2009.
- O. Mys, O. Krupych, and R. Vlokh, "Anisotropy of an acousto-optic figure of merit for NaBi(MoO₄)₂ crystals," *Appl. Opt.*, vol. 55, pp. 7941-

7955, 2016.

- O. Mys, M. Kostyrko, O. Krupych, and R. Vlokh, "Anisotropy of the acousto-optic figure of merit for LiNbO₃ crystals: isotropic diffraction," *Appl. Opt.*, vol. 54, pp. 8176-8186, 2015.
- T. Yano and A. Watanabe, "Acousto-optic figure of merit of TeO₂ for circularly polarized light," *J. Appl. Phys.*, vol. 45, pp. 1243-1245, 1974.
- M. Kurpeychik and V. Balakshy, "Peculiarities of acousto-optic interaction in biaxial crystal of alpha-iodic acid," *Appl. Opt.*, vol. 57, pp. 5549-5555, 2018.
- Y. Ohmachi and N. Uchida, "Acousto-optic property of single-crystal 5PbO·3GeO₂," *J. Appl. Phys.*, vol. 43, pp. 3583-3584, 1972.
- Y. Sirotin and M. Shaskolskaya, Fundamentals of Crystal Physics, Moscow: Mir Publishers, 1982 (in Russian).
- A. Konstantinova, B. Grechushnikov, B. Bokut, and E. Valyashko, Optical properties of crystals, Minsk: Navuka i Tekhnika, 1995 (in Russian).
- O. Vlokh, L. Lazko, and Y. Shopa, "Electrooptic and electrogyration properties of the solid solutions on the basis of lead germanate," *Phys. Status Solidi A*, vol. 65, pp. 371-378, 1981.
- H. Iwasaki, S. Miyazawa, H. Koizumi, K. Sugii, and N. Niizeki, "Ferroelectric and optical properties of Pb₅Ge₃O₁₁ and its isomorphous compound Pb₅Ge₂SiO₁₁," *J. Appl. Phys.*, vol. 43, pp. 4907-4915, 1972.
- V. Vazhenin, E. Rumyantsev, M. Artemov, and K. Starichenko, "Mechanisms of EPR line broadening in Pb₅Ge₃O₁₁ near a structural transition," *Phys. Solid State*, vol. 40, pp. 293-298, 1998.
- V. Novik and N. Gavrilova, "Low-temperature pyroelectricity," *Phys. Solid State*, vol. 42, pp. 991-1008, 2000.
- 22. M. Trubitsyn and V. Pozdeev, "The effect of off-center Cu²⁺ ions on the phase transition in lead germanate crystals," *Phys. Solid State*, vol. 42,
pp. 2254-2257, 2000.

- R. Rolli, G. Samoggia, M. Bettinelli, A. Speghini, and M. Wachtler,
 "Site-selective spectroscopy of Er³⁺ doped lead germanate glasses," *J. Non-Cryst. Solids*, vol. 288, pp. 114-120, 2001.
- 24. D. Adamenko, I. Klymiv, V. Duda, R. Vlokh, and O. Vlokh, "Electrogyration and Faraday rotation in pure and Cr-doped lead germanate crystals," *J. Phys. Condens. Matter*, vol. 20, p. 075201, 2008.
- O. Vlokh, Spatial dispersion phenomena in parametric crystal optics, Lviv: Vyshcha Shkola, 1984 (in Russian).
- 26. K. Aizu, "Reversal in optical rotatory power "gyroelectric" crystals and "hypergyroelectric" crystals," *Phys. Rev.*, vol. 133, pp. A1584-A1588, 1964.
- 27. R. Newnham and L. Cross, "Ambidextrous crystals," *Endeavour*, vol. 13, pp. 18-22, 1974.
- 28. E. Kostova, N. Ivanchev, and M. Kostov, "Polarimeter with electrogyratory modulators," *Bulg. J. Phys.*, vol. 13, pp. 167-169, 1986.
- 29. E. Kostova and M. Kostov, "Electrogyratory communication device," *Opt. Commun.*, vol. 60, pp. 211-212, 1986.
- 30. D. Adamenko, I. Klymiv, V. Duda, R. Vlokh, and O. Vlokh, "Electrically and magnetically induced optical rotation in Pb₅Ge₃O₁₁:Cr crystals at the phase transition. 1. Electrogyration effect in Pb₅Ge₃O₁₁:Cr," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 8, pp. 42-53, 2007.
- Č. Koňák, J. Fousek, and H. Kürsten, "Induced and spontaneous optical activity in Pb₅Ge₃O₁₁ single crystals," *Ferroelectrics*, vol. 21, pp. 347-348, 1978.
- 32. M. Trubitsyn, M. Volnianskii, A. Ermakov, and V. Linnik, "Ferroelectric phase transition in lead germanate Pb₅Ge₃O₁₁ studied by ESR of Gd³⁺ probe," *Condens. Matter Phys.*, vol. 2, pp. 677-684, 1999.
- 33. Y. Shaldin, A. Bush, S. Matyjasik, and M. Rabadanov, "Characteristic of

spontaneous polarization in Pb₅Ge₃O₁₁ crystals," *Crystallogr. Rep.*, vol. 50, pp. 836-842, 2005.

- 34. S. Miga, J. Dec, A. Molak, and M. Koralewski, "Temperature dependence of nonlinear susceptibilities near ferroelectric phase transition of a lead germanate single crystal," *J. Appl. Phys.*, vol. 99, p. 124107, 2006.
- 35. O. Kushnir, R. Shopa, and R. Vlokh, "Optical studies of order parameter fluctuations in solid solutions based on lead germanate crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 9, pp. 169-181, 2008.
- B. Rolov and V. Yurkevych, Physics of diffuse phase transitions, Rostov: Rostov University Press, 1983 (in Russian).
- 37. D. Adamenko, I. Klymiv, Y. Vasylkiv, and R. Vlokh, "Optical activity and critical exponent of the order parameter in lead germanate crystals. 1. The case of diffused phase transition in Pb₅Ge₃O₁₁ doped with Cu, Ba and Si ions," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 10, pp. 182-193, 2009.
- 38. D. Adamenko and R. Vlokh, "Critical exponents of the order parameter of diffuse ferroelectric phase transitions in the solid solutions based on lead germanate: studies of optical rotation," *Condens. Matter Phys.*, vol. 25, p. 43703, 2022.
- 39. G. Smolenskiy, Physics of ferroelectric phenomena, Leningrad: Nauka, 1985 (in Russian).
- 40. O. Vlokh, L. Lazko, and Y. Shopa, "Electrogyration and electro-optic properties of the solid solutions on the basis of lead germanate," *J. Phys. Soc. Jpn.*, vol. 49, pp. 150-151, 1980.
- 41. B. Strukov et al., "Ultrasonic relaxation, smearing of phase transition and some physical properties of lead germanate crystals and solid solutions on their basis," *Izv. AN USSR, Ser. Fiz.*, vol. 41, pp. 692-699, 1977.
- 42. O. Vlokh, E. Sinyakov, L. Lazko, and V. Monya, "Spontaneous and induced electrogyration in the (Pb_{1-x}Bi_x)₅Ge₃O₁₁ crystals," *Fiz. Tverd.*

Tela, vol. 20, pp. 2098-2100, 1978.

- M. Trubitsyn, S. Vaplak, and A. Ermakov, "EPR and dielectrically properties Pb₅Ge₃O₁₁ crystals with decentric ions Cu²⁺," *Fiz. Tverd. Tela*, vol. 42, pp. 1303-1309, 2000.
- D. Adamenko et al., "Optical activity and critical exponent of the order parameter in lead germanate crystals. 2. Electrogyration and dielectric properties of Pb₅Ge₃O₁₁:Cu²⁺," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 10, pp. 194-200, 2009.
- 45. D. Adamenko, "Dispersion of optical activity and absorption in Pb₅Ge₃O₁₁:Cu²⁺ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 11, pp. 114-118, 2010.
- 46. M. Shaskolskaya, Acoustic crystals, Moscow: Nauka, 1982 (in Russian).
- W. Xianjun, X. Jiayue, X. Jingzhong, W. Anhua, and J. Weiqing, "Growth of ferroelectric lead germanate single crystal by the vertical Bridgman method," *J. Cryst. Growth*, vol. 263, pp. 208-213, 2004.
- V. Vazhenin, A. Potapov, A. Fokin, and M. Artyomov, "Trigonal and Triclinic Fe³⁺ Paramagnetic Centers in Ferroelectric Pb₅Ge₃O₁₁," *Phys. Solid State*, vol. 54, pp. 2450-2455, 2012.
- 49. X. Yue, S. Mendricks, Y. Hu, H. Hesse, and D. Kip, "Photorefractive effect in doped Pb₅Ge₃O₁₁ and in (Pb_{1-x}Ba_x)₅Ge₃O₁₁," *J. Appl. Phys.*, vol. 83, pp. 3473-3479, 1998.
- O. Vlokh, E. Sinyakov, L. Lazko, V. Monya, and I. Klimov, "Electrogyration and dielectric properties of the solid solutions on the basis of lead germanate," *Fiz. Tverd. Tela*, vol. 19, pp. 149-152, 1977.
- O. Vlokh, E. Sinyakov, L. Lazko, Y. Shopa, and A. Kreycherek, "Electrogyration and dielectric properties of the lead germanate crystals with silicon admixture," *Fiz. Tverd. Tela*, vol. 22, pp. 227-229, 1980.
- 52. Y. Goto and E. Sawaguchi, "Electric conductivity of ferroelectric Pb₅Ge₃O₁₁," *J. Phys. Soc. Jpn.*, vol. 46, pp. 1580-1582, 1979.
- 53. Y. Shopa, D. Adamenko, R. Vlokh, and O. Vlokh, "Electrogyration effect

in lead germanate crystal family. 1. Electrogyration in the solid solutions based on lead germanate crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 8, pp. 197-208, 2007.

- 54. Y. Shopa, O. Kushnir, D. Adamenko, R. Shopa, V. Dzyubanski, R. Vlokh, and O. Vlokh, "Electrogyration effect in lead germanate crystal family. 2. The case of crystals doped with Li, Eu, La, Nd and (Li, Bi)," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 10, pp. 71-81, 2009.
- 55. L. Lazko, V. Monia, V. Sergayuk, and Y. Shopa, "Influence of Li, Eu, La and Nd impurities on the electrogyration properties of lead germanate," *Visnyk Lviv Univ. Ser. Fiz.*, vol. 16, pp. 35-40, 1982.
- 56. I. Martynyuk-Lototska et al., "Acoustic anisotropy of acoustooptic Tl₃AsS₄ crystals," *Appl. Opt.*, vol. 54, pp. 1302-1308, 2015.
- 57. G. Roland, M. Gottlieb, and J. Feichtner, "Optoacoustic properties of thallium arsenic sulphide Tl₃AsS₄," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 21, pp. 52-54, 1972.
- A. Goutzoulis, M. Gottlieb, K. Davies, and Z. Kun, "Thallium arsenic sulfide acoustooptic Bragg cells," *Appl. Opt.*, vol. 24, pp. 4183-4188, 1985.
- 59. B. Mytsyk et al., "Piezo-, elasto- and acousto-optic properties of Tl₃AsS₄ crystals," *Appl. Opt.*, vol. 57, pp. 3796-3801, 2018.
- 60. O. Mys, T. Kryvyy, B. Mytsyk, and R. Vlokh, "Acoustooptic figure of merit of Tl₃AsS₄ crystals. The case of acoustic propagation along crystallographic axes," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 19, pp. 99-105, 2018.
- 61. I. Martynyuk-Lototska, O. Parasyuk, and R. Vlokh, "Acoustic and elastic anisotropies of acoustooptic AgGaGeS₄ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 17, pp. 141-147, 2016.
- 62. I. Martynyuk-Lototska, M. Kushnirevych, G. Myronchuk, O. Parasyuk, and R. Vlokh, "Acoustic anisotropy of AgGaGe₃Se₈ crystals and their acoustooptic applications," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 16, pp. 77-84, 2015.

- 63. I. Martynyuk-Lototska, I. Trach, O. Kokhan, and R. Vlokh, "Efficient acousto-optic crystal, TlInS₂: acoustic and elastic anisotropy," *Appl. Opt.*, vol. 56, pp. 3179-3184, 2017.
- 64. Y. Burak et al., "The center of the colour in Li₂B₄O₇ single crystals," *Inorg. Mater.*, vol. 25, pp. 1226-1228, 1989.
- O. Antonyak, Y. Burak, I. Lysejko, M. Pidzyrailo, and Z. Khapko, "Luminescence of the Li₂B₄O₇ single crystals," *Opt. Spectrosc.*, vol. 61, pp. 550-553, 1986.
- 66. R. Komatsu et al., "Growth and ultraviolet application of $Li_2B_4O_7$ crystals: generation of the fourth and fifth harmonics of Nd:Y₃Al₅O₁₂ lasers," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 70, pp. 3492-3494, 1997.
- 67. V. Petrov et al., "Vacuum ultraviolet application of Li₂B₄O₇ crystals: generation of 100 fs pulses down to 170 nm," *J. Appl. Phys.*, vol. 84, pp. 5887-5892, 1998.
- 68. Y. Ono et al., "Structural study of LiKB₄O₇ and LiRbB₄O₇: new nonlinear optical crystals," *J. Cryst. Growth*, vol. 229, pp. 472-476, 2001.
- 69. R. Vlokh et al., "Study of laser induced damage of borate crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 4, pp. 101-104, 2003.
- 70. I. Martynyuk-Lototska et al., "Acousto-optic diffraction in borate crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 5, pp. 111-114, 2004.
- 71. I. Martynyuk-Lototska et al., "Elastic, piezooptic and acoustooptic properties of borate crystals (BaB₂O₄, Li₂B₄O₇ and CsLiB₆O₁₀)," *Integrated Ferroelectrics*, vol. 63, pp. 99-103, 2004.
- 72. I. Martynyuk-Lototska et al., "Acousto-optic interaction in α -BaB₂O₄ and Li₂B₄O₇ crystals," *Appl. Opt.*, vol. 47, pp. 3446-3454, 2008.
- 73. I. Martynyuk-Lototska, O. Mys, V. Adamiv, Y. Burak, and R. Vlokh, "Elastical, piezooptical and acousto-optic properties of lithium tetra borate crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 3, pp. 264-266, 2002.
- 74. O. Mys, "Obliquity of the acoustic energy flow in the acousto-optic α -

BaB₂O₄ and Li₂B₄O₇ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 9, pp. 256-260, 2008.

- 75. O. Mys, "Acoustooptic and acoustic properties of KLiB₄O₇ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 10, pp. 165-174, 2009.
- S. Kaczmarek, "Li₂B₄O₇ glasses doped with C, Co, Eu and Dy," *Opt. Mater.*, vol. 19, pp. 189-194, 2002.
- O. Mys, M. Kostyrko, M. Smyk, O. Krupych, and R. Vlokh, "Anisotropy of acousto-optic figure of merit in optically isotropic media," *Appl. Opt.*, vol. 53, pp. 4616-4627, 2014.
- V. Adamiv et al., "Synthesis and optical characterization of LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀ and LiCsB₆O₁₀ glasses," *Appl. Opt.*, vol. 49, pp. 5360-5365, 2010.
- V. Adamiv et al., "Synthesis and optical characterization of LiKB₄O₇, Li₂B₆O₁₀ and LiCsB₆O₁₀ glasses: erratum," *Appl. Opt.*, vol. 53, pp. 4481-4482, 2014.
- S. Haussühl and W. Effgen, "Faraday effect in cubic crystals. Additivity rule and phase transitions," Z. Kristallogr. Cryst. Mater., vol. 183, pp. 153-174, 1988.
- Y. Hwang, S. Chung, and Y. Um, "Giant Faraday rotation in Cd_{1-x}Mn_xTe (0<x<0.82) crystals," *Phys. Status Solidi C*, vol. 4, pp. 4453-4456, 2007.
- Y. Hwang et al., "Magnetic and magneto-optical properties in diluted magnetic semiconductors: Cd_{1-x-y}Mn_xFe_yTe single crystals," *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 304, pp. e309-e311, 2006.
- R. Yasuhara et al., "Cryogenic temperature characteristics of Verdet constant on terbium gallium garnet ceramics," *Opt. Express*, vol. 15, pp. 11255-11261, 2007.
- 84. D. Adamenko, V. Adamiv, I. Klymiv, and R. Vlokh, "Kerr and Faraday effects in borate glasses," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 12, pp. 1-9, 2011.
- 85. O. Krupych, D. Adamenko, O. Mys, A. Grabar, and R. Vlokh, "Faraday

effect in Sn₂P₂S₆ crystals," Appl. Opt., vol. 47, pp. 6040-6045, 2008.

- J. Wilson, P. Sen Gupta, P. Robinson, and A. Criddle, "Fangite, Tl₃AsS₄, a new thallium arsenic sulfosalt from the Mercur Au deposit, Utah, and revised optical data for gillulyite," *Am. Mineral.*, vol. 78, pp. 1096-1103, 1993.
- 87. D. Adamenko, M. Kushnirevych, O. Kokhan, and R. Vlokh, "Faraday effect in Tl₃AsS₄ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 16, pp. 134-137, 2015.
- V. Badikov et al., "Orthorhombic nonlinear crystals of Ag_xGa_xGe_{1-x}Se₂ for the mid-infrared spectral range," *Opt. Mater.*, vol. 31, pp. 590-597, 2009.
- 89. I. Kityk et al., "Photoinduced anisotropy in the AgGaGe₃Se₈:Cu chalcogenide crystals," *Mater. Lett.*, vol. 107, pp. 218-220, 2013.
- 90. I. Olekseyuk, A. Gulyak, L. Sysa, G. Gorgut, and A. Lomzin, "Crystal chemical properties and preparation of single crystals of AgGaSe₂ GeSe₂ γ-solid solutions," *J. Alloys Compd.*, vol. 241, pp. 187-190, 1996.
- 91. D. Knuteson et al., "Quaternary AgGaGe_nSe_{2(n+1)} crystals for NLO applications," *J. Cryst. Growth*, vol. 312, pp. 1114-1117, 2010.
- 92. G. Davidyuk et al., "Effect of doping with transition and rare-earth metals on the electrical and optical properties of AgGaGe₃Se₈ single crystals," *Inorg. Mater.*, vol. 44, pp. 361-365, 2008.
- 93. E. Al-Harbi et al., "IR laser induced spectral kinetics of AgGaGe₃Se₈:Cu chalcogenide crystals," *Spectrochim. Acta A Mol. Biomol. Spectrosc.*, vol. 111, pp. 142-149, 2013.
- 94. I. Kityk et al., "Laser-induced piezoelectric effects in chalcogenide crystals," *Physica B Condens. Matter*, vol. 423, pp. 60-63, 2013.
- 95. N. Chbani, A. Loireau-Lozac'h, J. Rivet, and J. Dugue, "Systeme pseudoternaire Ag₂S–Ga₂S₃–GeS₂: Diagramme de phases – Domaine vitreux," J. *Solid State Chem.*, vol. 117, pp. 189-200, 1995.
- 96. E. Pobedimskaya, L. Alimova, N. Belov, and V. Badikov, "The crystal

structure of the Ag-germanogallium sulfide and GeS₂," *Dokl. Phys.*, vol. 26, pp. 259-263, 1981.

- 97. V. Badikov, A. Tyulyupa, G. Shevyrdyaeva, and S. Sheina, "Solid solutions in the AgGaS₂–GeS₂ and AgGaSe₂–GeSe₂ systems," *Inorg. Mater.*, vol. 27, pp. 177-180, 1991.
- G. Davidyuk et al., "IR-induced features of AgGaGeS₄ crystalline semiconductors," J. Phys. Chem. Solids, vol. 73, pp. 439-443, 2012.
- 99. O. Yurchenko, I. Olekseyuk, O. Parasyuk, and V. Pankevich, "Single crystal growth and properties of AgGaGeS₄," *J. Cryst. Growth*, vol. 275, pp. 1983-1985, 2005.
- 100. K. Miyata, V. Petrov, and K. Kato, "Phase-matching properties for AgGaGeS₄," *Appl. Opt.*, vol. 46, pp. 5728-5731, 2007.
- 101. S. Das, C. Ghosh, S. Gangopadhyay, Y. Andreev, and V. Badikov, "AgGaGeS₄ crystals for nonlinear laser device applications," *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 45, pp. 9000-9002, 2006.
- 102. D. Ren et al., "Optical properties and frequency conversion with AgGaGeS₄ crystal," *Chin. Phys. B*, vol. 13, pp. 1468-1473, 2004.
- 103. G. Matvienko et al., "Wide band frequency converters for lidar systems," Proc. SPIE 4546, Laser Radar: Ranging and Atmospheric Lidar Techniques III, pp. 119-126, 23 January 2002.
- 104. V. Petrov, V. Badikov, G. Shevyrdyaeva, V. Panyutin, and V. Chizhikov,
 "Phase-matching properties and optical parametric amplification in single crystals of AgGaGeS₄," *Opt. Mater.*, vol. 26, pp. 217-222, 2004.
- 105. F. Jonsson and C. Flytzanis, "Polarization state dependence of optical parametric processes in artificially gyrotropic media," J. Opt. A: Pure Appl. Opt., vol. 2, pp. 299-302, 2000.
- 106. D. Adamenko, O. Parasyuk, and R. Vlokh, "Faraday effect in AgGaGe₃Se₈ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 17, pp. 27-31, 2016.
- 107. D. Adamenko, A. Say, O. Parasyuk, I. Martynyuk-Lototska, and R.

Vlokh, "Magnetooptic rotation and thermal expansion of AgGaGeS₄ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 17, pp. 105-111, 2016.

- 108. D. Adamenko et al., "(x,T)-phase diagram of TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ solid solutions (x = 0, 0.02, 0.06, 0.10, 0.15 and 0.25)," *Phase Transit.*, vol. 93, pp. 935-944, 2020.
- 109. D. Adamenko et al., "Faraday effect in TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ solid solutions (x = 0, 0.02, 0.06, 0.10, 0.15 and 0.25)," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 21, pp. 178-183, 2020.
- 110. D. Adamenko, Y. Vasylkiv, A. Pogodin, O. Kokhan, and R. Vlokh, "Faraday effect in TlInS₂ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 18, pp. 197-200, 2017.
- 111. N. Gasanly, "Effect of temperature and isomorphic atom substitution on optical absorption edge of TlInS_{2x}Se_{2(1-x)} mixed crystals (0.25≤x≤1)," *Cryst. Res. Technol.*, vol. 45, pp. 525-528, 2010.
- 112. R. Vlokh and I. Martynyuk-Lototska, "Ferroelastic crystals as effective acoustooptic materials," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 10, pp. 89-99, 2009.
- R. Matviiv et al., "Thermal and refractive properties of doped K₂SO₄ crystals in the region of the phase transition," *J. Phys. Stud.*, vol. 25, p. 2703, 2021.
- A. Panich, "Electronic properties and phase transitions in lowdimensional semiconductors," J. Phys. Condens. Matter, vol. 20, p. 293202, 2008.
- 115. S. Kashida and Y. Kobayashi, "X-ray study of the incommensurate phase of TlInS₂," *J. Phys. Condens. Matter*, vol. 11, pp. 1027-1035, 1999.
- 116. G. Delgado, A. Mora, F. Pérez, and J. González, "Crystal structure of the ternary semiconductor compound thallium gallium sulfide, TlGaS₂," *Physica B Condens. Matter*, vol. 391, pp. 385-388, 2007.
- N. Gasanly, B. Mavrin, K. Sterin, V. Tagirov, and Z. Khalafov, "Raman study of layer TlGaS₂, β-TlInS₂, and TlGaSe₂ crystals," *Phys. Status*

Solidi B, vol. 86, pp. K49-K53, 1978.

- 118. D. Muller, G. Eulenberger, and H. Hahn, "Über ternäre Thalliumchalkogenide mit Thalliumselenidstruktur," Z. Anorg. Allg. Chem., vol. 398, pp. 207-220, 1973.
- M. Gottlieb, T. Isaacs, J. Feichtner, and G. Roland, "Acousto-optic properties of some chalcogenide crystals," *J. Appl. Phys.*, vol. 45, pp. 5145-5151, 1974.
- 120. R. Aliev et al., "Ferroelectricity and structural phase transitions in the crystals of TlInS₂ family," *Fiz. Tverd. Tela*, vol. 26, pp. 1271-1276, 1984.
- S. Vakhrushev et al., "Incommensurate phase transition in TIInS₂ crystals," *JETP Lett.*, vol. 39, pp. 291-293, 1984.
- 122. Y. Gololobov, N. Borovoy, G. Isayenko, and A. Polovina, "Ferroelectric phases in the polytypes of TlInS₂ ternary compound," *Phys. Status Solidi C*, vol. 6, pp. 989-992, 2009.
- O. Alekperov, G. Ibragimov, A. Nadjafov, and A. Fakix, "Polytypes in ferroelectric TlInS₂ and its dielectric and optic properties," *Phys. Status Solidi C*, vol. 6, pp. 977-980, 2009.
- A. Salnik, Y. Gololobov, and N. Borovoy, "The incommensurate phase transformation in TlInS₂ ferroelectric," *Ferroelectrics*, vol. 484, pp. 62-68, 2015.
- A. Volkov et al., "Structural phase transitions in TlInS₂ crystal," *Sov. Phys. Solid State*, vol. 25, pp. 2061-2062, 1983.
- R. Suleymanov, M. Seidov, F. Salayev, and M. Mikailov, "The model of sequence of phase transitions in layered TlInS₂ crystals," *Fiz. Tverd. Tela*, vol. 35, pp. 348-354, 1993.
- 127. P. Guranich et al., "Ferroelasticity of TlInS₂ crystal," Solid State Commun., vol. 184, pp. 21-24, 2014.
- 128. K. Mamedov, A. Abdulaev, and E. Kerimova, "Heat capacities of TlInS₂ and TlInSe₂ crystals at low temperatures," *Phys. Status Solidi A*, vol. 94,

pp. 115-119, 1986.

- 129. N. Bakhyshov, N. Gasanly, B. Yavadov, V. Tagirov, and S. Efendiev, "Mixed one- and two-mode behaviour of optical phonons in $TIGaS_{2x}Se_{2(1-x)}$ and $TIInS_{2x}Se_{2(1-x)}$ layer solid solutions," *Phys. Status Solidi B*, vol. 91, pp. K1-K3, 1979.
- N. Tekhanovich, A. Sheleg, and V. Aliev, "Heat capacity of TlInS_{1.8}Se_{0.2} the temperature range 60–300 K," *Fiz. Tverd. Tela*, vol. 34, p. 1038, 1992.
- 131. N. Gasanly, "Influence of isomorphic atom substitution on lattice anisotropy of thallium dichalcogenide layered mixed crystals," *Acta Phys. Pol. A*, vol. 110, pp. 471-477, 2006.
- 132. O. Gomonnai et al., "Temperature-dependent dielectric functions and interband critical points of sulfur-rich TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ layered solid solution crystals," *Appl. Surf. Sci.*, vol. 424, pp. 383-388, 2017.
- P. Guranich et al., "Phase (x,T) and (p,T) diagrams of TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ polycrystal in the compositional range 0≤x≤0.15," *Phase Transit.*, vol. 92, pp. 508-516, 2019.
- 134. M. Seyidov, R. Suleymanov, and F. Salehli, "Origin of structural instability in $TIInS_{2(1-x)}Se_{2x}$ solid solutions," *Phys. Scr.*, vol. 84, p. 015601, 2011.
- R. Suleymanov, M. Seidov, and F. Salayev, "Elastic properties of layered crystals TlInS₂ and TlGaSe₂," *Fiz. Tverd. Tela*, vol. 33, pp. 1797-1780, 1991.
- S. Jabarov et al., "Structural phase transition in TlGaSe₂ under high pressure," J. Surf. Investig., vol. 9, pp. 35-40, 2015.
- 137. A. Sheleg, V. Shautsova, V. Hurtavy, S. Mustafaeva, and E. Kerimova, "Low-temperature X-ray studies of TlInS₂, TlGaS₂, and TlGaSe₂ single crystals," *J. Surf. Investig.*, vol. 7, pp. 1052-1055, 2013.
- 138. H. Hochheimer et al., "Study of the ferroelectric phase transition of

TlGaSe₂ by dielectric, calorimetric, infrared and X-ray diffraction measurements," *Z. Phys. B*, vol. 73, pp. 257-263, 1988.

- 139. R. Paucar et al., "Phase transitions and Raman scattering spectra of TlGaSe₂," J. Phys. Conf. Ser., vol. 619, p. 012018, 2015.
- N. Borovoi, Y. Gololobov, G. Isaenko, and N. Stepanishchev, "Influence of polytypism on structural phase transformations in TlGaSe₂ crystals," *Phys. Solid State*, vol. 51, pp. 2367-2370, 2009.
- 141. V. Aliev, M. Aldzhanov, and S. Aliev, "Incommensurate phase transition in TlGaTe₂," *JETP Lett.*, vol. 45, pp. 534-536, 1987.
- 142. J. Banys, F. Wondre, and G. Guseinov, "Powder diffraction study of TlGaTe₂, TlInTe₂ and TlInSe₂," *Mater. Lett.*, vol. 9, pp. 269-274, 1990.
- N. Mamedov and A. Panich, "Phase transition in TlGaTe₂," *Phys. Status Solidi A*, vol. 117, pp. K15-K17, 1990.
- 144. A. Sheleg, V. Hurtavy, V. Shautsova, and V. Aliev, "Dielectric properties and phase transitions in crystals of $TlInS_xSe_{2-x}$ solid solutions," *Phys. Solid State*, vol. 54, pp. 622-625, 2012.
- A. Sheleg, E. Zub, A. Yachkovskii, S. Mustafaeva, and E. Kerimova, "X-ray diffraction study of (TlInSe₂)_{1-x}(TlGaTe₂)_x crystal system," *Crystallogr. Rep.*, vol. 57, pp. 283-285, 2012.
- O. Alekperov, M. Aljanov, and E. Kerimova, "Low-temperature phase transition in TlInSe₂ crystals," *Turkish J. Phys.*, vol. 22, pp. 1053-1058, 1998.
- S. Hosokawa et al., "Structural studies on TlInSe₂ thermoelectric material by X-ray fluorescence holography, XAFS, and X-ray diffraction," *Phys. Status Solidi B*, vol. 252, pp. 1225-1229, 2015.
- S. Hosokawa et al., "Lattice distortions in TlInSe₂ thermoelectric material studied by X-Ray absorption fine structure," *Phys. Status Solidi A*, vol. 215, p. 1700416, 2017.
- 149. M. Ishikawa, T. Nakayama, K. Wakita, Y. Shim, and N. Mamedov,

"First-principles study of giant thermoelectric power in incommensurate TlInSe₂," *J. Appl. Phys.*, vol. 123, p. 161575, 2018.

- 150. K. Mimura et al., "Temperature-dependent angle-resolved photoemission spectra of TlInSe₂: manifestations of incommensurate and commensurate phases," *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 47, p. 8188, 2008.
- S. Johnsen et al., "Thallium chalcogenide-based wide-band-gap semiconductors: TlGaSe₂ for radiation detectors," *Chem. Mater.*, vol. 23, pp. 3120-3128, 2011.
- 152. V. Grivickas, V. Bikbajevas, K. Gulbinas, V. Gavryushin, and J. Linnros,
 "Strong photoacoustic oscillations in layered TlGaSe₂ semiconductor,"
 Phys. Status Solidi B, vol. 244, pp. 4624-4628, 2007.
- 153. M. Hanias, A. Anagnostopoulos, K. Kambas, and J. Spyridelis, "On the non-linear properties of TlInX₂ (X = S, Se, Te) ternary compounds," *Physica B Condens. Matter*, vol. 160, pp. 154-160, 1989.
- 154. S. Youssef, "Phase transitions and electrical conductivity of TlInS₂," *Physica A*, vol. 215, pp. 176-180, 1995.
- 155. Y. Shim, W. Okada, K. Wakita, and N. Mamedov, "Refractive indices of layered semiconductor ferroelectrics TIInS₂, TIGaS₂, and TIGaSe₂ from ellipsometric measurements limited to only layer-plane surfaces," *J. Appl. Phys.*, vol. 102, p. 083537, 2007.
- K. Allakhverdiev, T. Mamedov, E. Salaev, and I. Efendieva, "The Fundamental Absorption Edge of TlInSe₂," *Phys. Status Solidi B*, vol. 113, pp. K43-K47, 1982.
- 157. N. Mamedov, K. Wakita, Y. Shim, K. Abe, and N. Ogushi, "Temperature-dependent and pump-probe ellipsometric studies of TlInSe₂," *Thin Solid Films*, vol. 517, pp. 1434-1438, 2008.
- 158. I. Martynyuk-Lototska, O. Mys, A. Say, I. Trach, D. Adamenko, O. Gomonnai, I. Roman, and R. Vlokh, "Anisotropy of acoustic and thermal expansion properties of TlInSe₂ crystals," *Phase Transit.*, vol. 92, pp. 23-

35, 2019.

- 159. M. Kurbanov, D. Bairamov, and N. Sardarova, "Thermal expansion of TllnX₂ (X = S, Se, Te)," *Inorg. Mater.*, vol. 36, pp. 132-133, 2000.
- S. Novikova, Thermal expansion of solids, Moskva: Nauka, 1974 (in Russian).
- 161. J. Sapriel, "Domain-wall orientations in ferroelastics," *Phys. Rev. B*, vol. 12, pp. 5128-5140, 1975.
- 162. D. Müller and H. Hahn, "Zur Struktur des TlGaSe₂," Z. Anorg. Allg. Chem., vol. 438, pp. 258-272, 2004.
- T. Isaacs and J. Fekhtner, "Growth and optical properties of TlGaSe₂, and β-TlInS₂," *J. Solid State Chem.*, vol. 14, pp. 260-263, 1975.
- 164. A. Say, D. Adamenko, O. Gomonnai, I. Roman, I. Martynyuk-Lototska, and R. Vlokh, "Anisotropy of thermal expansion of TlGaSe₂ crystals," *Phase Transit.*, vol. 92, pp. 824-830, 2019.
- 165. K. Allakhverdiev, T. Mammadov, R. Suleymanov, and N. Gasanov, "Deformation effects in electronic spectra of the layered semiconductors TlGaS₂, TlGaSe₂ and TlInS₂," *J. Phys. Condens. Matter*, vol. 15, pp. 1291-1298, 2003.
- M. Hanias, A. Anagnostopoulos, K. Kambas, and J. Spyridelis, "Electrical and optical properties of as-grown TlInS₂, TlGaSe₂ and TlGaS₂ single crystals," *Mater. Res. Bull.*, vol. 27, pp. 25-38, 1992.
- T. Isaacs, "Determination of the crystal symmetry of the polymorphs of thallium indium disulfide TlInS₂," *Z. Kristallogr. Cryst. Mater.*, vol. 141, pp. 104-108, 1975.
- 168. A. Say, I. Martynyuk-Lototska, D. Adamenko, A. Pogodin, O. Kokhan, and R. Vlokh, "Thermal expansion anisotropy of β-TlInS₂ crystals in the course of phase transitions," *Phase Transit.*, vol. 91, pp. 1-8, 2018.
- D. Adamenko, A. Pogodin, Y. Vasylkiv, I. Martynyuk-Lototska, and R.
 Vlokh, "Manifestations of the polytype structure of β-TlInS₂ crystals in

their optical anisotropy parameters," Ukr. J. Phys. Opt., vol. 20, pp. 151-158, 2019.

- 170. A. Say, I. Martynyuk-Lototska, O. Mys, D. Adamenko, M. Kostyrko, O. Gommonai, and R. Vlokh, "Temperature dependences of optical indicatrix and thermal expansion parameters of $TIIn(S_{1-x}Se_x)_2$ solid solutions (x = 0, 0.02 and 0.06)," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 21, pp. 57-64, 2020.
- 171. R. Rosul et al., "Dielectric properties of TlIn(S_{1-x}Se_x)₂ polycrystals near phase transitions," *Semicond. Phys. Quantum Electron. Optoelectron.*, vol. 15, pp. 35-37, 2012.
- Y. Fujii and H. Hayashi, "Acousto-optic tunable filter using LiNbO₃ crystals," *Proc. SPIE 0099, 3rd European Electro-Optics Conf.*, pp. 110-115, 10 April 1977.
- 173. O. Krupych, D. Adamenko, and R. Vlokh, "Analytical relations for the strain tensor components caused by acoustic waves with arbitrary wave vector directions in crystals: acousto-optic applications," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 20, pp. 16-22, 2019.
- 174. V. Krasilnikov and V. Krylov, Acoustic Wave Propagation in Anisotropic Media (Introduction to Physical Acoustics), Moscow: Nauka, 1984 (in Russian).
- O. Mys, M. Kostyrko, and R. Vlokh, "Anisotropy of acousto-optic figure of merit for LiNbO₃ crystals: anisotropic diffraction," *Appl. Opt.*, vol. 55, pp. 2439-2450, 2016.
- O. Mys, O. Krupych, and R. Vlokh, "Anisotropy of acoustooptic figure of merit in KH₂PO₄ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 18, pp. 83-94, 2017.
- 177. T. Kryvyy, O. Mys, O. Krupych, and R. Vlokh, "The anisotropy of acoustooptic figure of merit for the collinear diffraction in LiNbO₃ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 17, pp. 176-187, 2016.
- 178. O. Mys, M. Kostyrko, O. Krupych, and R. Vlokh, "Spiral patterns in the

anisotropy of acousto-optic figure of merit for LiNbO₃ crystals: The case of anisotropic diffraction in the interaction plane XY," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 17, pp. 1-9, 2016.

- 179. O. Buryy et al., "Method of extreme surfaces for optimizing geometry of acousto-optic interactions in crystalline materials: Example of LiNbO₃ crystals," J. Appl. Phys., vol. 113, p. 083103, 2013.
- 180. E. Papadakis, "Ultrasonic phase velocity by the pulse-echo-overlap method incorporating diffraction phase corrections," J. Acoust. Soc. Am., vol. 42, pp. 1045-1051, 1967.
- 181. H. Seo, D. Song, and K. Jhang, "Measurement of elastic constants by simultaneously sensing longitudinal and shear waves as an overlapped signal," *J. Korean Soc. Nondestruc. Test.*, vol. 36, pp. 138-148, 2016.
- 182. R. Dixon and M. Cohen, "A new technique for measuring magnitudes of photoelastic tensors and its application to lithium niobate," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 8, pp. 205-207, 1966.
- I. Martynyuk-Lototska, T. Dudok, O. Mys, A. Grabar, and R. Vlokh,
 "Elasto-optic coefficients of Sn₂P₂S₆ crystals as determined with Dixon–
 Cohen method," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 20, pp. 54-59, 2019.
- 184. O. Mys, D. Adamenko, O. Krupych, and R. Vlokh, "Effect of deviation from purely transverse and longitudinal polarization states of acoustic waves on the anisotropy of acoustooptic figure of merit: the case of Tl₃AsS₄ crystals," *Appl. Opt.*, vol. 57, pp. 8320-8330, 2018.
- 185. O. Krupych, Y. Vasylkiv, T. Kryvyy, I. Skab, and R. Vlokh, "Topological defects of optical indicatrix orientation in optically biaxial crystals. The case of light propagation in the directions close to the optic axes," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 18, pp. 131-138, 2017.
- 186. G. New, "Biaxial media revisited," *Eur. J. Phys.*, vol. 34, pp. 1263-1276, 2013.
- 187. O. Mys, I. Orykhivskyi, M. Kostyrko, and R. Vlokh, "Anisotropy of

acousto-optic figure of merit in the XZ plane of Pb₅Ge₃O₁₁ crystals," *Ukr*. *J. Phys. Opt.*, vol. 22, pp. 110-122, 2021.

- P. Boulanger and M. Hayes, "Acoustic axes for elastic waves in crystals: theory and applications," *Proc. R. Soc. Lond. A*, vol. 454, pp. 2323-2346, 1998.
- T. Shiosaki, M. Adachi, H. Kobayashi, K. Araki, and A. Kawabata, "Elastic, piezoelectric, acousto-optic and electro-optic properties of Li₂B₄O₇," *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 24, pp. 25-27, 1985.
- 190. O. Mys, O. Krupych, and R. Vlokh, "Anisotropy of acousto-optic figure of merit in lithium tetraborate crystals," *J. Mod. Opt.*, vol. 65, pp. 1486-1494, 2018.
- 191. N. Uchida and Y. Ohmachi, "Elastic and photoelastic properties of TeO₂ single crystal," *J. Appl. Phys.*, vol. 40, pp. 4692-4695, 1969.
- 192. O. Mys, M. Kostyrko, M. Smyk, O. Krupych, and R. Vlokh, "Anisotropy of acoustooptic figure of merit for TeO₂ crystals. 1. Isotropic diffraction," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 15, pp. 132-154, 2014.
- 193. O. Mys, M. Kostyrko, B. Zapeka, O. Krupych, and R. Vlokh., "Anisotropy of acoustooptic figure of merit for TeO₂ crystals. 2. Anisotropic diffraction: Errata," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 17, pp. 148-166, 2016.
- L. Bohaty, S. Haussühl, and J. Liebertz, "Electrooptical coefficients and temperature and pressure derivatives of the elastic constants of tetragonal Li₂B₄O₇," *Cryst. Res. Technol.*, vol. 24, pp. 1159-1163, 1989.
- 195. N. Uchida, "Optical properties of single-crystals paratellurite (TeO₂),"
 Phys. Rev. B, vol. 4, pp. 3736-3745, 1971.
- 196. O. Mys, V. Savaryn, M. Kostyrko, D. Adamenko, O. Krupych, and R. Vlokh, "Anisotropy of acousto-optic figure of merit in tetragonal crystals with accounting for non-orthogonality of acoustic eigenwave polarizations. 2. The cases of Li₂B₄O₇ and TeO₂ crystals," *Ukr. J. Phys.*

Opt., vol. 20, pp. 23-36, 2019.

- 197. O. Krupych et al., "Photoelastic properties of lithium tetraborate crystals," *Appl. Opt.*, vol. 55, pp. 10457-10462, 2016.
- 198. Y. Ohmachi, N. Uchida, and N. Niizeki, "Acoustic wave propagation in TeO₂ single crystals," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 51, pp. 164-168, 1972.
- S. Popović, B. Čelustka, Ž. Ružić-Toroš, and D. Broz, "X-ray diffraction study and semiconducting properties of the system Ga₂Se₃–In₂Se₃," *Phys. Status Solidi A*, vol. 41, pp. 255-262, 1977.
- 200. M. Kranjčec, I. Studenyak, and Y. Azhniuk, "Photoluminescence and optical absorption spectra of γ_1 -(Ga_xIn_{1-x})₂Se₃ mixed crystals," *Phys. Status Solidi B*, vol. 242, pp. 2113-2120, 2005.
- 201. M. Kranjčec, B. Čelustka, B. Etlinger, and D. Desnica, "The indirect allowed optical transitions in (Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃," *Phys. Status Solidi A*, vol. 109, pp. 329-336, 1988.
- 202. M. Kranjčec et al., "On some crystal-optic properties of γ₁-(Ga_xIn_{1-x})Se₃ single crystals," *Phys. Status Solidi A*, vol. 153, pp. 539-546, 1996.
- J. Ye, T. Yoshida, Y. Nakamura, and O. Nittono, "Optical activity in the vacancy ordered III₂VI₃ compound semiconductor (Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 67, pp. 3066-3068, 1995.
- 204. M. Kranjčec et al., "Acousto-optic modulator with a (Ga_{0.4}In_{0.6})₂Se₃ monocrystal as the active element," *Appl. Opt.*, vol. 36, pp. 490-493, 1997.
- 205. I. Studenyak, M. Kranjčec, L. Suslikov, and D. Kovach,
 "Piezobirefringence in γ₁-(Ga_xIn_{1-x})₂Se₃ single crystals," *Opt. Spectrosc.*,
 vol. 95, pp. 427-430, 2003.
- I. Martynyuk-Lototska, O. Mys, D. Adamenko, M. Kostyrko, S. Bereznyuk, A. Solomon, A. Pogodin, I. Studenyak, and R. Vlokh, "Elastic quasi-isotropy and acousto-optics of γ₁-(Ga_{0.3}In_{0.7})₂Se₃ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 23, pp. 1-8, 2022.

- 207. S. Prawer, T. Smith, and T. Finlayson, "The room temperature elastic behaviour of CsH₂PO₄," *Aust. J. Phys.*, vol. 38, pp. 63-83, 1985.
- 208. F. Fedorov, Theory of elastic waves in crystals, New York: Springer-Verlag, 2012.
- 209. K. Wiberg, Y. Wang, M. Murphy, and P. Vaccaro, "Temperature dependence of optical rotation: α-pinene, β-pinene pinane, camphene, camphor and fenchone," *J. Phys. Chem. A*, vol. 108, pp. 5559-5563, 2004.
- T. Muller, K. Wiberg, and P. Vaccaro, "Cavity ring-down polarimetry (CRDP): a new scheme for probing circular birefringence and circular dichroism in the gas phase," *J. Phys. Chem. A*, vol. 104, pp. 5959-5968, 2000.
- F. Gray, "The optical activity of liquids and gases," *Phys. Rev.*, vol. 7, pp. 472-488, 1916.
- 212. J. Kobayashi, T. Asahi, M. Ichiki, and A. Oikawa, "Optical activity of solid polymers," *Ferroelectrics*, vol. 171, pp. 69-94, 1995.
- 213. V. Kizel and V. Burkov, Gyrotropy of crystals, Moscow: Nauka, 1980 (in Russian).
- V. Kotov, S. Averin, E. Kotov, A. Voronko, and S. Tikhomirov, "Acousto-optic gyrotropic-crystal-based modulator with a rotating polarisation vector," *Quantum Electron.*, vol. 47, pp. 135-139, 2017.
- 215. V. Belyi, N. Kazak, S. Kurilkina, and S. Kovchur, "Nonreciprocal acoustooptic effects in crystals with complex anisotropy," *Proc. SPIE* 3580, *Photoconversion: Science and Technologies*, pp. 112-117, 6 November 1998.
- 216. G. Kulak, "Ultrasound diffraction of light beams in gyrotropic crystals,"*J. Appl. Spectrosc.*, vol. 67, pp. 510-516, 2000.
- 217. V. Belyi, G. Kulak, G. Krokh, P. Ropot, and O. Shakin, "Ultrasonic diffraction of Bessel light beams in uniaxial gyrotropic crystals," *Opt.*

Spectrosc., vol. 121, pp. 424-430, 2016.

- 218. V. Belyi, G. Kulak, G. Krokh, P. Ropot, and O. Shakin, "Double Bragg diffraction of Bessel light beams on ultrasound in uniaxial crystals," J. Appl. Spectrosc., vol. 85, pp. 724-729, 2018.
- 219. I. Skab and R. Vlokh, "Spin-to-orbit conversion at acousto-optic diffraction of light: conservation of optical angular momentum," *Appl. Opt.*, vol. 51, pp. C22-C26, 2012.
- 220. G. Catella and D. Burlage, "Crystal Growth and Optical Properties of AgGaS₂ and AgGaSe₂," *MRS Bull.*, vol. 23, pp. 28-36, 1998.
- 221. M. Hobden, "Optical activity in a non-enantiomorphous crystal: AgGaS₂," *Acta Crystallogr. A*, vol. 24, pp. 676-680, 1968.
- O. Kushnir, "Optical activity of dichroic crystals with "isotropic point","*J. Phys. Stud.*, vol. 8, pp. 63-71, 2004.
- 223. R. Vlokh, O. Parkhomenko, Y. Pyatak, and I. Skab, "Anisotropy of refraction of the circular polarized waves in gyrotropic crystals," *Ukr. J. Phys.*, vol. 35, pp. 680-682, 1990.
- 224. R. Vlokh, Y. Pyatak, and I. Skab, "The refraction anisotropy and the interference of the circularly polarized optical waves in gyrotropic crystals," *Ferroelectrics*, vol. 126, pp. 243-246, 1992.
- O. Mys, I. Martynyuk-Lototska, A. Pogodin, T. Dudok, D. Adamenko, O. Krupych, I. Skab, and R. Vlokh, "Acousto-optic interaction between circularly polarized optical eigenwaves: example of AgGaS₂ crystals," *Appl. Opt.*, vol. 58, pp. 6012-6018, 2019.
- 226. H. Hai-Jun, Z. Shi-Fu, Z. Bei-Jun, Y. You, and X. Lin-Hua, "Firstprinciples calculations of the elastic, electronic and optical properties of AgGaS₂," *Phys. Scr.*, vol. 82, p. 055601, 2010.
- 227. M. Grimsditch and G. Holah, "Brillouin scattering and elastic moduli of silver thiogallate (AgGaS₂)," *Phys. Rev. B*, vol. 12, pp. 4377-4382, 1975.
- 228. O. Mys, D. Adamenko, I. Skab, and R. Vlokh, "Anisotropy of acousto-

optic figure of merit for the collinear diffraction of circularly polarized optical waves at the wavelength of isotropic point in AgGaS₂ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 20, pp. 73-80, 2019.

- O. Mys et al., "Types of acousto-optic interactions between acoustic and circularly polarized optical waves: case of Pb₅Ge₃O₁₁ crystals," *Appl. Opt.*, vol. 60, pp. 2846-2853, 2021.
- 230. L. Moore and C. Smith, "Fused silica as an optical material [Invited]," *Opt. Mater. Express*, vol. 12, pp. 3043-3059, 2022.
- 231. W. Cady, "The piezoelectric resonator," *Phys. Rev.*, vol. 17, pp. 531-533, 1921.
- G. Pierce, "Piezoelectric crystal resonators and crystal oscillators applied to the precision calibration of wavemeters," *Proc. Am. Acad. Arts Sci.*, vol. 59, pp. 79-106, 1923.
- 233. M. Lombardi, "The accuracy and stability of quartz watches," *Horological Journal*, pp. 57-59, February 2008.
- 234. S. Khorsheed and N. Yaseen, "Effect of square shaped acousto-optic modulators on the Bragg diffraction," J. Phys. Conf. Ser., vol. 1897, p. 012074, 2021.
- 235. C. Pitt, J. Skinner, and P. Townsend, "Acousto-optic diffraction of optical guided waves in crystal quartz," *Electron. Lett.*, vol. 20, pp. 4-5, 1984.
- 236. I. Chang, "Tunable acousto-optic filter utilizing acoustic beam walkoff in crystal quartz," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 25, pp. 323-324, 1974.
- D. Wang et al., "Modulation frequency characteristics in a doubly Q-switched Nd:Gd_{0.63}Y_{0.37}VO₄ laser with an acousto-optic modulator and a V³⁺:YAG saturable absorber," *Opt. Quantum Electron.*, vol. 48, p. 553, 2016.
- H. Tompkins and E. Irene, Handbook of ellipsometry, Norwich: William Andrew Publishing, 2005.
- 239. O. Arteaga, A. Canillas, and G. Jellison, "Determination of the

components of the gyration tensor of quartz by oblique incidence transmission two-modulator generalized ellipsometry," *Appl. Opt.*, vol. 48, pp. 5307-5317, 2009.

- 240. T. Narasimhamurty, "Photoelastic constants of α-quartz," J. Opt. Soc. Am., vol. 59, pp. 682-686, 1969.
- 241. R. Bechmann und R. Hearmon, Landolt-Börnstein. Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik. Neue Serie. Gruppe III: Kristall- und Festkörperphysik. Band 1: Eleastische, piezoelektrische, piezooptische und elektrooptische Konstanten von Kristallen, Berlin: Springer, 1966.
- 242. O. Mys, D. Adamenko, and R. Vlokh, "Enhancement of acousto-optic diffraction efficiency in SiO₂ crystals due to the ellipticity of eigen optical waves. Isotropic acousto-optic interaction," Ukr. J. Phys. Opt., vol. 24, pp. 124-133, 2023.
- O. Vlokh, O. Kushnir, and Y. Shopa, "Gyrotropic properties of Pb₅Ge₃O₁₁ ferroelectrics crystals," *Ferroelectrics*, vol. 126, pp. 97-102, 1992.
- 244. H. Iwasaki and K. Sugii, "Optical activity of ferroelectric 5PbO·3GeO₂ single crystals," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 19, pp. 92-93, 1971.
- 245. T. Yamada, H. Iwasaki, and N. Niizeki, "Elastic and piezoelectric properties of ferroelectric 5PbO·3GeO₂ crystals," *J. Appl. Phys.*, vol. 43, pp. 771-775, 1972.
- 246. I. Martynyuk-Lototska et al., "Experimental determination of full matrices of the piezo-optic and elasto-optic coefficients for Pb₅Ge₃O₁₁ crystals," *Appl. Opt.*, vol. 59, pp. 6717-6723, 2020.
- 247. O. Mys, M. Kostyrko, D. Adamenko, I. Martynyuk-Lototska, I. Skab, and R. Vlokh, "Effect of ellipticity of optical eigenwaves on the enhancement of efficiency of acousto-optic Bragg diffraction. A case of optically active Pb₅Ge₃O₁₁ crystals," *AIP Adv.*, vol. 12, p. 055130, 2022.

- 248. W. Kaminsky, "Experimental and phenomenological aspects of circular birefringence and related properties in transparent crystals," *Rep. Prog. Phys.*, vol. 63, pp. 1575-1640, 2000.
- R. Dixon, "Photoelastic Properties of Selected Materials and Their Relevance for Applications to Acoustic Light Modulators and Scanners," *J. Appl. Phys.*, vol. 38, pp. 5149-5153, 1967.
- 250. F. Zernike, "Refractive indices of ammonium dihydrogen phosphate and potassium dihydrogen phosphate between 2000 Å and 1.5 μ," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 54, pp. 1215-1219, 1964.
- 251. T. Bystrova and F. Fedorov, "Debye temperatures of tetragonal and trigonal crystals," *Sov. Phys. Crysallogr.*, vol. 12, pp. 493-498, 1968.
- L. Avakyants, D. Kiselev, N. Perelomova, and V. Sugrej, "Elastooptics of KH₂PO₄, KD₂PO₄ and RbH₂PO₄," *Fiz. Tverd. Tela*, vol. 25, pp. 580-582, 1983.
- 253. W. Price and H. Huntington, "Acoustical properties of anisotropic materials," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 22, pp. 32-37, 1950.
- 254. M. Koralewski, "Dispersion of the Faraday rotation in KDP-type crystals by pulse high magnetic field," *Phys. Status Solidi A*, vol. 65, pp. K49-K53, 1981.
- 255. O. Mys, D. Adamenko, and R. Vlokh, "Influence of Faraday elliptical birefringence on the acousto-optic diffraction efficiency: a case of isotropic interaction with quasi-longitudinal acoustic waves in KH₂PO₄ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 24, pp. 95-103, 2023.
- 256. O. Mys, M. Kostyrko, D. Adamenko, and R. Vlokh, "Anisotropy of acousto-optic figure of merit in tetragonal crystals with accounting for non-orthogonality of acoustic eigenwave polarizations. 1. The cases of KH₂PO₄ and NH₄H₂PO₄ crystals," *Ukr. J. Phys. Opt.*, vol. 19, pp. 220-236, 2018.